

Polinomi

Un polinomio è la somma algebrica di più monomi.

$$\underbrace{2ax^2}_{\uparrow} + \underbrace{3c^3}_{\uparrow} - \underbrace{7ac^2}_{\uparrow} \quad \text{termini del polinomio}$$

Grado di un polinomio

Il grado di un polinomio è il **maggiore** fra i gradi dei suoi termini.

Esempio:

$$\begin{array}{ccc} a^3 - \frac{4}{5}a + b^3 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 3 \quad \quad 1 + 3 = 4 \end{array}$$

Questo polinomio è di 4° grado.

Binomi, trinomi, quadrinomi

A seconda del **numero dei termini** di un polinomio si parla di:

binomi: se i termini sono due;

Esempio: $2ax + 3b$

trinomi: se i termini sono tre;

Esempio: $2ax^2 + 3c^3 - 7ac^2$

quadrinomi: se i termini sono quattro;

Esempio: $-7x^3 + 2x^2y + \frac{1}{2}x - 3y^3$

Polinomio ordinato

Un polinomio si dice **ordinato rispetto a una lettera** se i suoi termini compaiono uno di seguito all'altro in modo che gli esponenti di tale lettera siano crescenti o decrescenti.

Esempio: $-2x^4 + 3x^3y - 5x^2 + x$

Operazioni con i polinomi

Addizione

La **somma** di due (o più) polinomi si ottiene scrivendo uno dopo l'altro i loro termini, ciascuno con il proprio segno.

Successivamente si riducono gli eventuali termini simili.

Esempio:

$$\begin{aligned} (3a^2b + 4ax) + (a^2b - 2ax) &= \\ = \underline{3a^2b} + \underline{4ax} + \underline{a^2b} - \underline{2ax} &= \\ = 4a^2b - 2ax & \end{aligned}$$

Sottrazione

La **differenza** di due polinomi si ottiene scrivendo uno dopo l'altro i termini del primo polinomio e i termini del secondo cambiati di segno. Successivamente si riducono gli eventuali termini simili.

Esempio:

$$\begin{aligned} (3a^3b + 4by) - (-2a^3b - by) &= \\ = \underline{3a^3b} + \underline{4by} + \underline{2a^3b} + \underline{by} &= \\ = 5a^3b + 5by & \end{aligned}$$

Moltiplicazione

Il **prodotto di un monomio e un polinomio** si ottiene moltiplicando il monomio per ciascun termine del polinomio.

Esempio:

$$2b \cdot \left(2x - \frac{1}{3}ay^2 \right) = 2b \cdot (2x) + 2b \cdot \left(-\frac{1}{3}ay^2 \right) = 4bx - \frac{2}{3}aby^2$$

Il **prodotto di due polinomi** si ottiene moltiplicando ciascun termine del primo polinomio per ogni termine del secondo.

Esempio:

$$\begin{aligned} (3a^2 + 4b) \cdot (2a^3 - b) &= (3a^2) \cdot (2a^3 - b) + (4b) \cdot (2a^3 - b) = \\ = 6a^5 - 3a^2b + 8a^3b - 4b^2 & \end{aligned}$$

Divisione

Il **quoziente di un polinomio per un monomio** si ottiene dividendo ciascun termine del polinomio per il monomio.

Esempio:

$$\begin{aligned} (3a^3b + 4a^2y) : (-2a^2) &= \\ = (3a^3b) : (-2a^2) + & \\ + (4a^2y) : (-2a^2) &= -\frac{3}{2}ab - 2y \end{aligned}$$