

POTENZE

PROPRIETA'

il prodotto di più fattori tutti uguali ad un qualsiasi numero a

sono

esempio

$$axaxa = a^3$$

base $\rightarrow 2^3$ \leftarrow esponente

Il prodotto di due, o più potenze aventi la stessa base,
è una potenza che ha per base la stessa base
e come esponente la somma degli esponenti

$$2^3 \times 2^2 = 2^{2+3} = 2^5$$

Il prodotto di potenze con lo stesso esponente
è una potenza che ha
per esponente lo stesso esponente e
per base il prodotto delle basi:

$$3 \times 2^2 = 6^2$$

La potenza di una potenza è una potenza in cui
la base rimane la stessa e
l'esponente è dato dal prodotto degli esponenti:

$$(2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 2^6$$

MAPPE per la SCUOLA
www.mappe-scuole.com

I A

ARENA

UNITÀ 5

Un'altra operazione in \mathbb{N} : l'elevamento a potenza

Elevamento a potenza

Operazione che associa a due numeri, base ed esponente, un terzo numero, detto **potenza**, che è il prodotto di tanti fattori uguali alla base quanti ne indica l'esponente.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \dots \times a}_{n \text{ volte}}$$

Esempio:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

base esponente potenza

Casi particolari

- Una potenza con esponente 1 è sempre uguale alla propria base:

$$a^1 = a$$

Esempio: $3^1 = 3$

- Una potenza con esponente 0 è sempre uguale a 1:

$$a^0 = 1$$

Esempio: $5^0 = 1$

- La scrittura 0^0 non ha significato.

Proprietà delle potenze

Quoziente di potenze con la stessa base

Il quoziente di due o più potenze con la stessa base è una potenza che ha:

- per base la stessa base;
- per esponente la **differenza** degli esponenti.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Esempio:

quoziente delle potenze

$$\frac{8^{10} : 8^3}{\substack{\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{stessa base}}} = 8^{10-3} \leftarrow \text{differenza degli esponenti}$$

Prodotto di potenze con la stessa base

Il prodotto di due o più potenze con la stessa base è una potenza che ha:

- per base la stessa base;
- per esponente la **somma** degli esponenti.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Esempio:

prodotto delle potenze

$$\frac{2^3 \times 2^5}{\substack{\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{stessa base}}} = 2^{3+5} \leftarrow \text{somma degli esponenti}$$

Estrazione di radice

Operazione inversa dell'elevamento a potenza.

In particolare:

- estrarre la **radice quadrata** di un numero significa determinare quel numero che elevato al quadrato dà il numero di partenza.
- estrarre la **radice terza** di un numero significa determinare quel numero che elevato alla terza dà il numero di partenza.

Esempi:

$$\sqrt{25} = 5 \quad \text{perché} \quad 5^2 = 25$$

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \text{perché} \quad 2^3 = 8$$

Potenza di potenza

La potenza di una potenza è una potenza che ha:

- per base la stessa base;
- per esponente il **prodotto** degli esponenti.

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

Esempio:

potenza della potenza

$$(\underbrace{3^5}_{\substack{\uparrow \\ \text{stessa base}}})^2 = 3^{5 \times 2} \leftarrow \text{prodotto degli esponenti}$$

Prodotto di potenze con lo stesso esponente

Il prodotto di due o più potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha:

- per base il **prodotto** delle basi;
- per esponente lo stesso esponente.

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Esempio:

$$\underbrace{2^3}_{\substack{\uparrow \\ \text{prodotto delle potenze}}} \times \underbrace{4^3}_{\substack{\uparrow \\ \text{prodotto delle basi}}} = (2 \times 4)^3$$

stesso esponente

Quoziente di potenze con lo stesso esponente

Il quoziente di due potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha:

- per base il **quoziente** delle basi;
- per esponente lo stesso esponente.

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

Esempio:

$$\underbrace{16^3}_{\substack{\uparrow \\ \text{quoziente delle potenze}}} : \underbrace{8^3}_{\substack{\uparrow \\ \text{quoziente delle basi}}} = (16 : 8)^3$$

stesso esponente