

16 LE FRAZIONI

■ **Parole chiave:** *numeratore, denominatore, rappresentare una frazione, unità frazionaria, frazione propria, frazione impropria, frazione apparente*



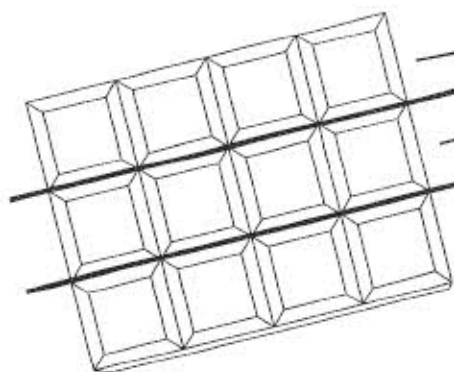
SAI CHE COS'È UNA FRAZIONE?

Che cosa vuol dire frazionare? Proviamo a dare una risposta.

Luca ha portato a scuola una tavoletta di cioccolata e la vuole dividere con i suoi amici Alessandro e Paolo. È possibile?

Quanti sono i bambini che devono dividersi la cioccolata?

Usa dei colori diversi per evidenziare la parte che spetterà a ciascun bambino.

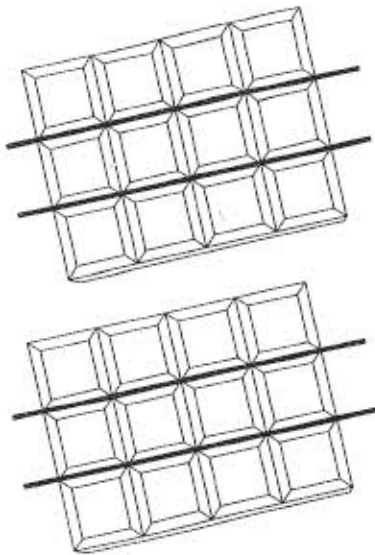


1 tavoletta è stata divisa in 3 parti uguali. Abbiamo fatto $1 : 3$ che può essere indicato anche con la frazione $\frac{1}{3}$: ogni bambino avrà 1 delle 3 parti in cui è stata divisa la tavoletta.

» segue

E se le tavolette da dividere sono 2?

Anche in questo caso usa colori diversi per distinguere le parti che spetteranno a ogni bambino.



Abbiamo diviso 2 tavolette in 3 parti uguali.

Abbiamo fatto $2 : 3$ che può essere

indicato anche con la frazione $\frac{2}{3}$: ogni bambino riceverà 2 parti da $\frac{1}{3}$ ciascuna.

***** Frazionare significa dividere una grandezza, un oggetto, una quantità, ... in parti uguali.

Osserva:

numeratore

linea di frazione

denominatore

$$\frac{2}{3}$$

Questa frazione: si legge due terzi.

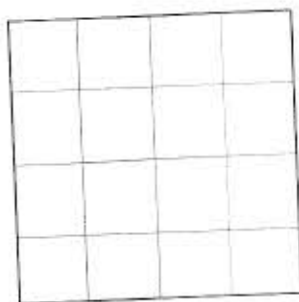
» segue

Classe prima



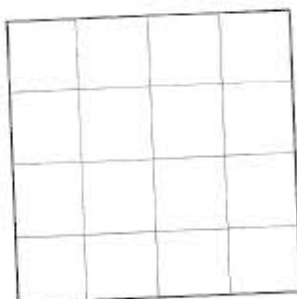
Esercizi

1



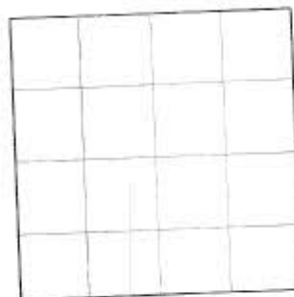
Dividi il quadrato in 2 parti e colorane 1. Che frazione hai colorato?

.....



Dividi il quadrato in 4 parti e colorane 1. Che frazione hai colorato?

.....



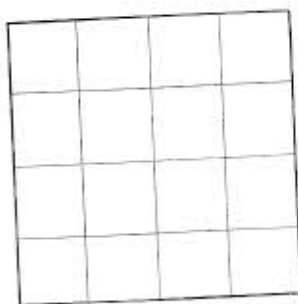
Dividi il quadrato in 8 parti e colorane 1. Che frazione hai colorato?

.....

Le frazioni che hai colorato si dicono **unità frazionarie**.

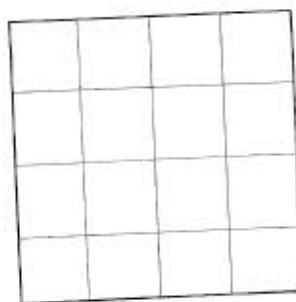
☀ L'unità frazionaria è una sola delle parti in cui viene diviso l'intero.

2



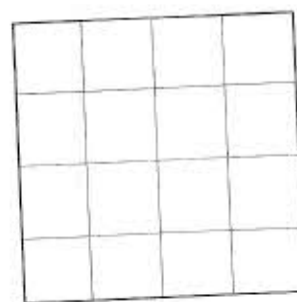
Dividi il quadrato in 4 parti e colorane 3. Che frazione hai colorato?

.....



Dividi il quadrato in 8 parti e colorane 5. Che frazione hai colorato?

.....

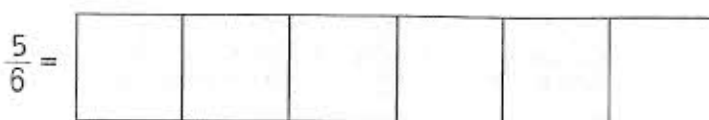
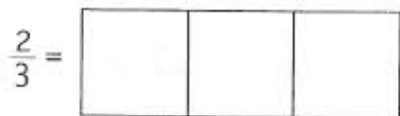


Dividi il quadrato in 16 parti e colorane 9. Che frazione hai colorato?

.....

» segue

3 Guarda gli esempi qui sotto:



Il denominatore ci dice quanti quadretti mettere nella striscia, il numeratore ci dice quanti ne devo colorare.

Disegna ora le seguenti frazioni seguendo gli esempi e le indicazioni date:

$\frac{3}{5};$

$\frac{4}{7};$

$\frac{3}{4};$

$\frac{7}{10};$

$\frac{5}{12}$

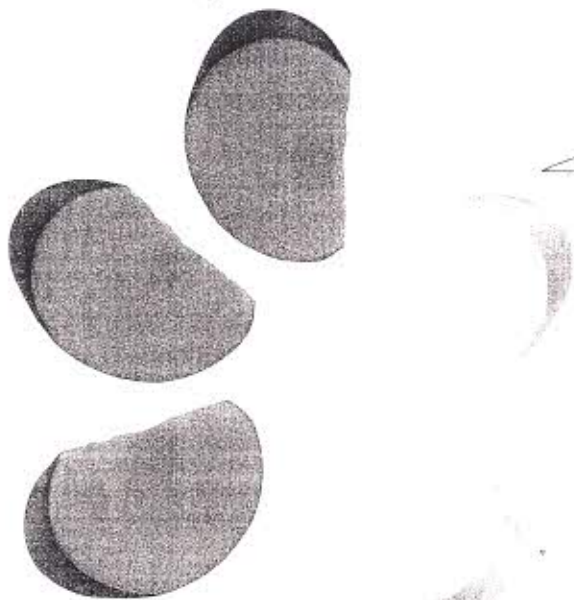


FRAZIONI PROPRIE, IMPROPRIE E APPARENTI

Frazioni proprie

Le frazioni che abbiamo disegnato fino a ora sono frazioni che indicano alcune parti di un intero, quindi indicano una grandezza più piccola dell'intero su cui abbiamo operato.

Osserva la figura:



La mela è stata divisa in 5 parti uguali.
 Ogni spicchio vale $\frac{1}{5}$ (unità frazionaria).
 Gli spicchi grigi sono i $\frac{3}{5}$ (frazione propria perché indica una grandezza più piccola dell'intero).

☀ Una frazione propria indica una grandezza più piccola dell'intero su cui abbiamo operato. Il numeratore è sempre minore del denominatore.

» segue



Frazioni improprie

Proviamo a disegnare la frazione $\frac{7}{4}$. Ci basta una striscia da 4 elementi?

Proviamo:



Per ora abbiamo colorato solo 4 parti. Ma il numeratore ci indica che le parti devono essere 7.



Aggiungiamo un'altra striscia da 4 elementi (come indica il denominatore) e coloriamo ancora 3 parti.

In tutto abbiamo colorato 7 parti da $\frac{1}{4}$, cioè abbiamo colorato $\frac{7}{4}$.



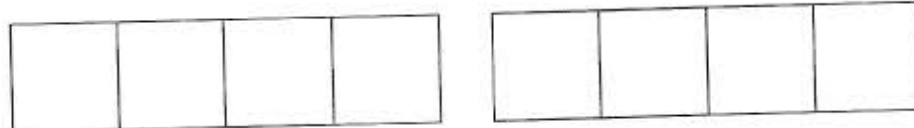
Una frazione impropria indica una grandezza più grande dell'intero su cui abbiamo operato. Il numeratore è sempre maggiore del denominatore.



Frazioni apparenti

Proviamo a disegnare la frazione $\frac{8}{4}$.

Quante strisce da 4 elementi dobbiamo disegnare?



Quante parti di ogni striscia si devono colorare? Colorale tu.

Sono avanzate delle parti bianche?

Hai colorato parti da $\frac{1}{4}$, cioè due strisce intere.

Le frazioni come $\frac{8}{4}$, che in realtà corrispondono a numeri interi, si dicono apparenti.



Una frazione apparente indica delle quantità intere. Il numeratore è sempre uguale o multiplo del denominatore.

» segue




Esercizi

- 4 Disegna, come abbiamo fatto nella pagina precedente, le seguenti frazioni improprie:

$$\frac{16}{3}; \quad \frac{13}{7}; \quad \frac{11}{9}; \quad \frac{15}{6}; \quad \frac{17}{5}; \quad \frac{7}{4}$$

- 5 Disegna, come abbiamo fatto nella pagina precedente, le seguenti frazioni apparenti:

$$\frac{12}{3}; \quad \frac{18}{6}; \quad \frac{10}{5}; \quad \frac{14}{7}; \quad \frac{15}{3}; \quad \frac{8}{2}$$

 **Attenzione!** Per capire quante strisce devi disegnare basta dividere il numeratore per il denominatore; per esempio $12 : 3 = 4$ strisce

- 6 Completa la seguente tabella, trascrivendo le frazioni date nelle colonne esatte.

Frazione data	Frazione propria	Frazione impropria	Frazione apparente
$\frac{2}{5}$			
$\frac{15}{3}$			
$\frac{11}{3}$			
$\frac{4}{8}$			
$\frac{10}{2}$			
$\frac{3}{6}$			



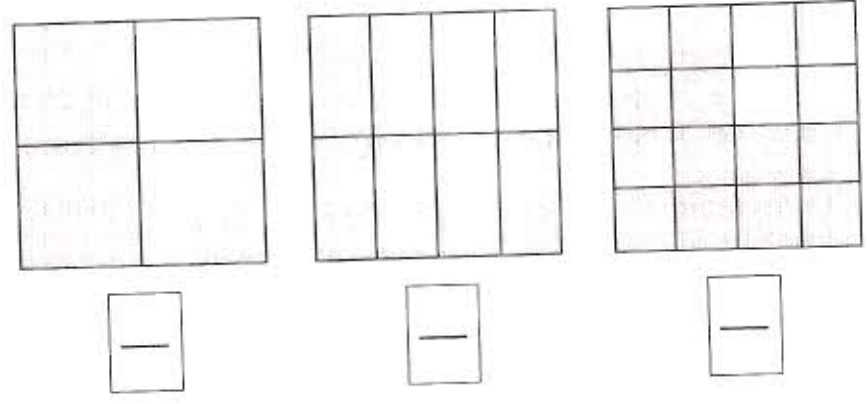
17 FRAZIONI EQUIVALENTI

■ **Parole chiave:** *frazioni equivalenti, riduzione ai minimi termini, confronto di frazioni, minimo comune denominatore*



FRAZIONI CHE RAPPRESENTANO QUANTITÀ UGUALI

Osserva i quadrati disegnati qui sotto e scrivi la frazione rappresentata dalla parte colorata.



Le frazioni che hai scritto non hanno né il numeratore né il denominatore uguali eppure indicano la stessa quantità.

✱ **Frazioni che rappresentano quantità uguali si chiamano frazioni equivalenti.**



Se diciamo che 2 bambini su 4 (cioè $\frac{2}{4}$) preferiscono il gelato al cioccolato, indichiamo che metà del gruppo (cioè $\frac{1}{2}$) preferisce il gusto cioccolato. Ma anche 3 bambini su 6 (cioè $\frac{3}{6}$) sono metà di un gruppo (cioè $\frac{1}{2}$); ma anche 4 bambini su 8 (cioè $\frac{4}{8}$) sono ancora $\frac{1}{2}$ di un gruppo.


$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ sono tutte frazioni equivalenti.

» segue

$$\frac{2}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4}$$

 Se moltiplico il numeratore e il denominatore di una frazione per uno stesso numero ottengo una frazione equivalente.



Esercizi

1 Disegna su delle strisce di 12 quadretti, come quella disegnata qui sotto, le frazioni date e individua quelle che indicano quantità uguali.



$$\frac{2}{3}; \quad \frac{3}{4}; \quad \frac{5}{6}; \quad \frac{4}{6}; \quad \frac{10}{12}; \quad \frac{9}{12}; \quad \frac{3}{6}; \quad \frac{1}{2}$$

2 Scrivi almeno 4 frazioni equivalenti alle frazioni date.

- $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$
- $\frac{7}{3} =$
- $\frac{5}{7} =$
- $\frac{8}{5} =$

3 Fra le seguenti coppie di frazioni individua quelle equivalenti segnandole.

- $\frac{7}{15}; \frac{21}{35}$
- $\frac{12}{9}; \frac{4}{3}$
- $\frac{10}{3}; \frac{6}{5}$
- $\frac{9}{15}; \frac{3}{5}$
- $\frac{6}{27}; \frac{2}{9}$
- $\frac{16}{5}; \frac{3}{10}$

4 Completa la catena di uguaglianze data.

$$\frac{2}{5} = \frac{\dots}{10} = \frac{\dots}{15} = \frac{8}{\dots} = \frac{10}{\dots} = \frac{\dots}{30} = \frac{\dots}{35}$$






RIDURRE UNA FRAZIONE AI MINIMI TERMINI

Abbiamo detto che per costruire frazioni equivalenti moltiplichiamo numeratore e denominatore per uno stesso numero. Spesso però è molto più utile lavorare con frazioni che hanno numeratore e denominatore piccoli.

Ad esempio anche se $\frac{21}{35}$ e $\frac{3}{5}$ sono equivalenti (otteniamo la prima dalla seconda moltiplicando il numeratore e il denominatore per 7) è più facile disegnare $\frac{3}{5}$ piuttosto che $\frac{21}{35}$.

La frazione $\frac{3}{5}$ si dice che è ridotta ai minimi termini, mentre $\frac{21}{35}$ non lo è.

 Per ridurre una frazione ai minimi termini si devono dividere numeratore e denominatore per uno stesso numero fino a quando non si trovano più divisori in comune.

Proviamo a ridurre ai minimi termini la frazione $\frac{6}{8}$.

$$\frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$$

Abbiamo diviso numeratore e denominatore per 2.
 $\frac{3}{4}$ non è più riducibile.

Facciamo un altro esempio.

$$\frac{12:2}{30:2} = \frac{6:3}{15:3} = \frac{2}{5}$$

Abbiamo diviso numeratore e denominatore per 2 e dopo per 3.
 $\frac{2}{5}$ non è più riducibile.

» segue



esercizi

5 Completa la seguente tabella, come nell'esempio.

Frazione	Riduzione	Riduzione	Frazione ridotta ai minimi termini
$\frac{12}{20}$	$\frac{12:2}{20:2} = \frac{6}{10}$	$\frac{6:2}{10:2} =$	$\frac{3}{5}$
$\frac{21}{28}$	$\frac{21:7}{28:7} =$		
$\frac{48}{30}$	$\frac{48:2}{30:2} =$	$\frac{\dots:3}{\dots:3} =$	
$\frac{30}{40}$	$\frac{30:5}{40:5} =$	$\frac{\dots:2}{\dots:2} =$	

6 Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini, come nell'esempio.

Esempio: $\frac{55}{88} = \frac{\overset{5}{55}}{\underset{8}{88}} = \frac{5}{8}$

Non abbiamo scritto per quanto si divide (11) ma solo il risultato della divisione.

$\frac{10}{15}$; $\frac{42}{36}$; $\frac{24}{28}$; $\frac{9}{6}$; $\frac{20}{25}$; $\frac{30}{50}$

7 Riduci le seguenti coppie di frazioni ai minimi termini e stabilisci se sono equivalenti.

- $\frac{6}{10}$; $\frac{21}{35}$ equivalenti
- $\frac{15}{30}$; $\frac{10}{40}$ equivalenti
- $\frac{24}{36}$; $\frac{10}{15}$ equivalenti
- $\frac{20}{30}$; $\frac{6}{9}$ equivalenti



» segue

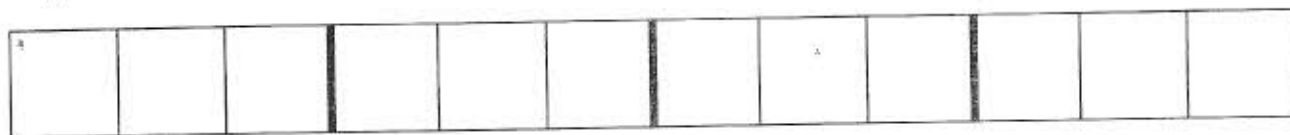


CONFRONTO DI FRAZIONI

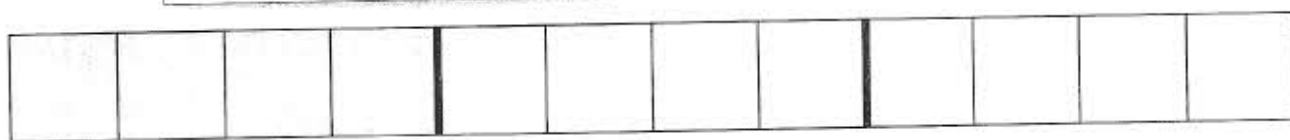
Maria e Pietro hanno due tavolette di cioccolata lunghe 12 quadretti ciascuna.

Maria ne mangia $\frac{1}{4}$ e Pietro ne mangia $\frac{1}{3}$. Chi mangia più cioccolata?

Rappresentiamo le due tavolette e coloriamo la parte mangiata da ciascun ragazzo.



Cioccolata mangiata da Maria

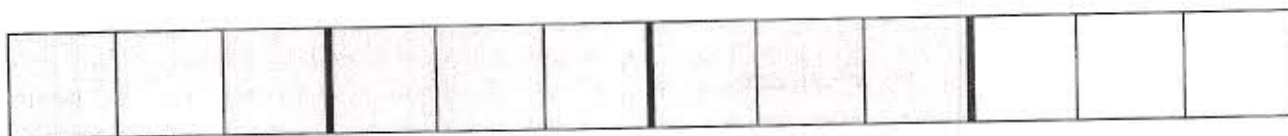


Cioccolata mangiata da Pietro

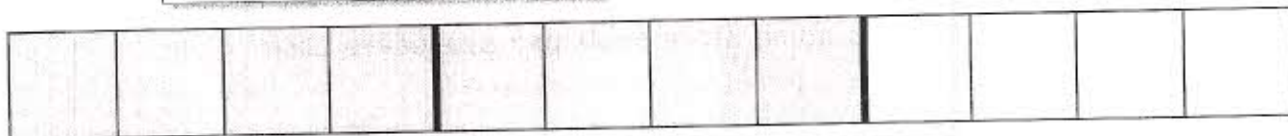
La risposta è: Pietro mangia più cioccolata di Maria.

Anche questa volta Maria e Pietro hanno due tavolette di cioccolata da 12 quadretti ciascuna. Maria ne mangia $\frac{3}{4}$ e Pietro ne mangia $\frac{2}{3}$. Chi mangia più cioccolata?

Facciamo ancora un disegno.



Cioccolata mangiata da Maria



Cioccolata mangiata da Pietro

La risposta è: in questo caso Maria mangia più cioccolata di Pietro.

➤ segue

Nei due esempi abbiamo fatto un confronto di frazioni.

 Fare un confronto di due frazioni significa stabilire qual è la maggiore o la minore o se sono uguali.

Per poter fare questo dobbiamo operare su grandezze che possano essere divise in parti uguali dai denominatori di entrambe le frazioni.

Nei casi precedenti 12 (cioè i quadretti delle tavolette di cioccolata) si può dividere sia in 3 parti uguali che in 4 parti uguali. In realtà: $12 = \text{m.c.m.}(3; 4)$.

 **Esercizi**

8 Disegna su delle strisce di 10 quadretti le seguenti frazioni.

$$\frac{1}{2}; \quad \frac{2}{5}; \quad \frac{3}{10}; \quad \frac{3}{5}; \quad \frac{4}{5}; \quad \frac{7}{10}$$

Riscrivi le frazioni in ordine crescente:

 **RIDUZIONE DI FRAZIONI AL DENOMINATORE COMUNE**

Per confrontare delle frazioni dobbiamo per forza fare dei disegni?

No, possiamo trasformare le frazioni in altre equivalenti che abbiano il denominatore uguale (minimo comune denominatore).

Vogliamo, per esempio, confrontare: $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{6}$.

Calcoliamo il m.c.m. $(5; 6) = 30$

Il nuovo denominatore è 30.

$\frac{4}{5} = \frac{\quad}{30}$ per trovare il nuovo numeratore dobbiamo procedere così:

$$30 : 5 \times 4 = 6 \times 4 = 24 \longrightarrow \frac{4}{5} = \frac{24}{30}$$

$\frac{5}{6} = \frac{\quad}{30}$ per trovare il nuovo numeratore dobbiamo procedere così:

$$30 : 6 \times 5 = 5 \times 5 = 25 \longrightarrow \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$$

» segue

Quindi: poiché $\frac{25}{30} > \frac{24}{30}$ allora $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$

Ricorda: per calcolare il minimo comune multiplo tra due numeri puoi usare la fattorizzazione o le tabelline (usa anche la tavola pitagorica).



Esercizi

9 Completa le seguenti uguaglianze per ottenere frazioni equivalenti (segui gli esempi).

Esempi:

- $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{6} \longrightarrow \begin{matrix} 6 : 3 = 2 \\ 2 \times 2 = 4 \end{matrix} \longrightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
- $\frac{5}{7} = \frac{\dots}{21} \longrightarrow \begin{matrix} 21 : 7 = 3 \\ 3 \times 5 = 15 \end{matrix} \longrightarrow \frac{5}{7} = \frac{15}{21}$

$\frac{7}{9} = \frac{\dots}{27} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$ $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{35} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$

$\frac{5}{6} = \frac{\dots}{36} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$ $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{18} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$

$\frac{2}{3} = \frac{\dots}{24} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$ $\frac{10}{3} = \frac{\dots}{6} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$

$\frac{4}{5} = \frac{\dots}{25} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$ $\frac{5}{7} = \frac{\dots}{28} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$

» segue

- 10 Trasforma le coppie di frazioni indicate in altre equivalenti con denominatore uguale (da ora in poi si dirà ridurre al minimo comune denominatore).

$$\frac{1}{8}; \frac{3}{4} \text{ m.c.m. } (8; 4) = \dots\dots\dots \quad \frac{3}{8}; \frac{5}{12} \text{ m.c.m. } (8; 12) = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{1}{2}; \frac{1}{5} \text{ m.c.m. } (2; 5) = \dots\dots\dots \quad \frac{3}{4}; \frac{5}{6} \text{ m.c.m. } (4; 6) = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{3}{4}; \frac{7}{10} \text{ m.c.m. } (4; 10) = \dots\dots\dots \quad \frac{5}{6}; \frac{9}{10} \text{ m.c.m. } (6; 10) = \dots\dots\dots$$

.....

- 11 Riduci le seguenti frazioni allo stesso denominatore.

$$\frac{3}{5}; \quad \frac{2}{3}; \quad \frac{4}{15}; \quad \frac{3}{10}; \quad \frac{5}{6}; \quad \frac{7}{10}$$

Riscrivi qui sotto le frazioni in ordine crescente:

.....

