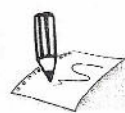


14 TEOREMA DI PITAGORA SU ALTRE FIGURE (1)

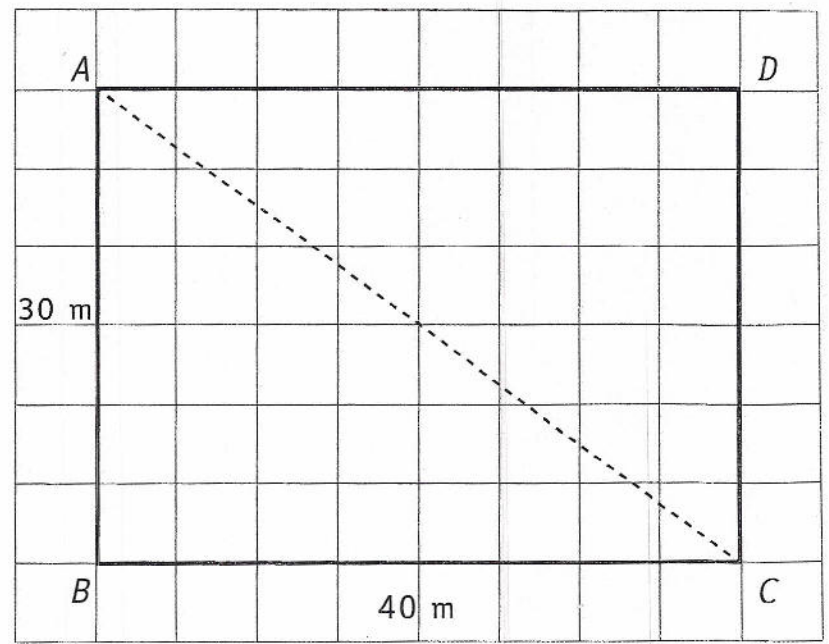
■ Parole chiave: rettangolo, triangolo isoscele, rombo, trapezio, lati, diagonali, altezze, proiezioni



IL TEOREMA DI PITAGORA NEL RETTANGOLO

Nella prova INVALSI di matematica per le classi terze di qualche anno fa era stato proposto un problema simile al seguente:

Giovanni cammina dal punto A fino al punto C percorrendo i lati AB e BC. Marco raggiunge il punto C dal punto A camminando lungo la linea tratteggiata. Chi compie il percorso più breve?



30 m + m = m

Calcola la lunghezza del percorso di Giovanni.

Il percorso di Marco coincide con la diagonale del campo rettangolare. Per calcolare la misura della diagonale applica il teorema di Pitagora con l'addizione al triangolo rettangolo ABC.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = \sqrt{\dots + \dots} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ m}$$

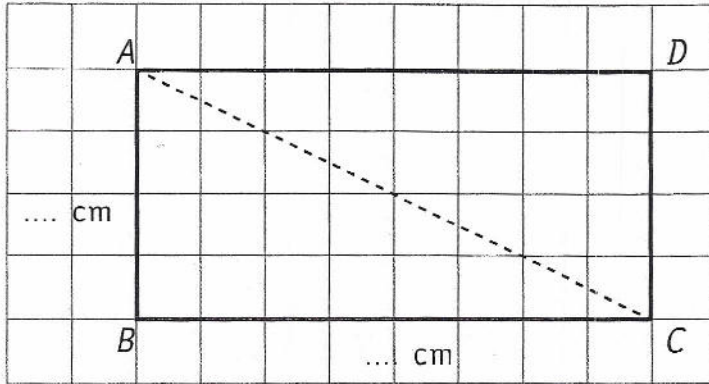
Il percorso più breve è quello di



esercizi

1 Le dimensioni di un rettangolo misurano 35 cm e 12 cm. Calcola la lunghezza della diagonale.

Completa il disegno con le misure, i dati e la procedura risolutiva.



DATI

.....

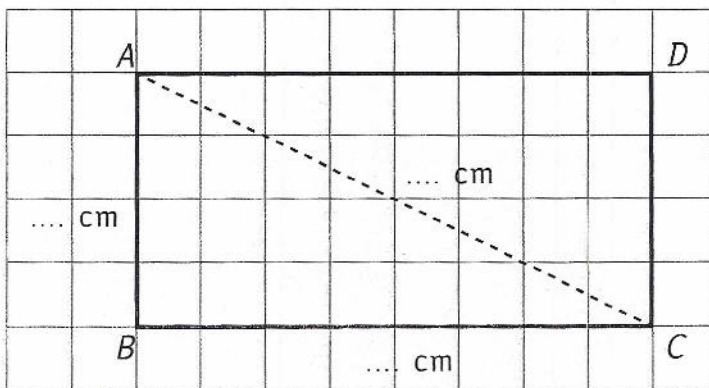
RICHIESTA

.....

OPERAZIONI

.....

2 La base di un rettangolo misura 36 cm e la diagonale misura 39 cm. Trova la misura dell'altezza. Calcola poi il perimetro e l'area del rettangolo.



DATI

.....

RICHIESTE

.....

Applica il teorema di Pitagora con la sottrazione.

$$h = \sqrt{\dots^2 - \dots^2} = \dots = \dots \text{ cm}$$

Calcola il perimetro.

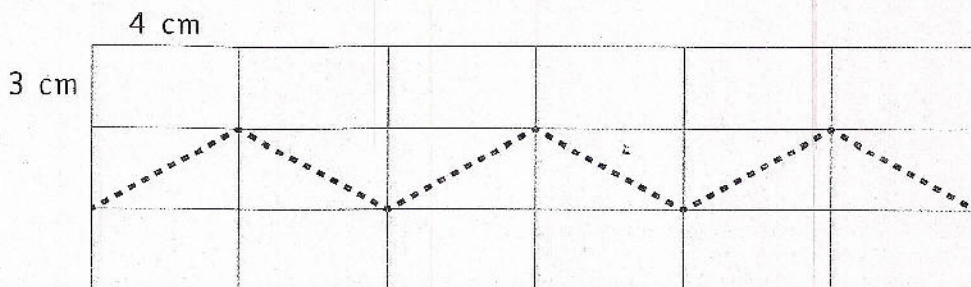
$$p = (\dots + \dots) \times 2 = \dots \text{ cm}$$

Calcola l'area.

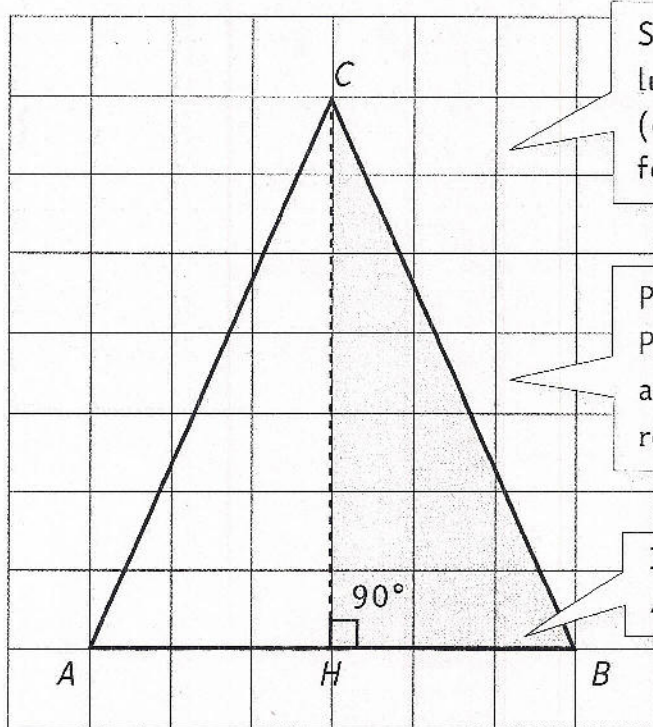
$$A = \dots \times \dots = \dots \text{ cm}^2$$

» segue

3 La linea tratteggiata è disegnata in una griglia rettangolare. I piccoli rettangoli che formano la griglia misurano 3 cm × 4 cm. Qual è la lunghezza della linea tratteggiata?



IL TEOREMA DI PITAGORA NEL TRIANGOLO ISOSCELE



Se pieghi un triangolo isoscele lungo l'altezza relativa alla base (che qui vedi tratteggiata) si formano due triangoli rettangoli.

Puoi applicare il teorema di Pitagora su uno dei due triangoli, ad esempio sul triangolo rettangolo BHC.

Il cateto HB è la metà della base AB del triangolo isoscele.

In simboli:

$$CH = \sqrt{CB^2 - HB^2}$$

$$CB = \sqrt{HB^2 + CH^2}$$

$$HB = \sqrt{CB^2 - CH^2}$$

Per cercare il cateto CH.

Per cercare l'ipotenusa CB.

Per cercare il cateto HB.

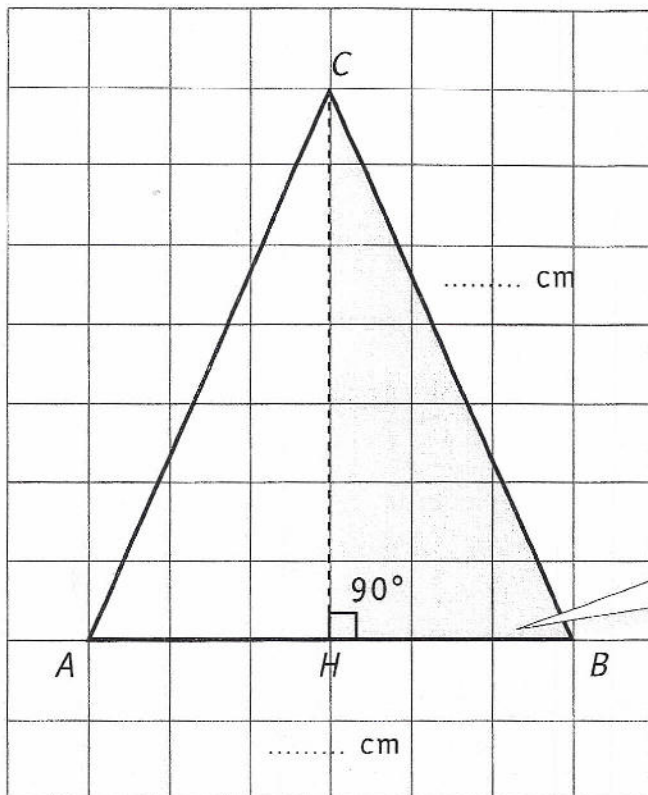
» segue



esercizi

4

I lati obliqui di un triangolo isoscele misurano 26 cm e la base 20 cm. Calcola la misura dell'altezza e poi la misura dell'area del triangolo.



DATI

$AB = 20 \text{ cm}$

$AC = CB = \dots\dots \text{ cm}$

RICHIESTE

$\dots\dots = ?$

$\dots\dots = ?$

HB è la metà della base AB.

Calcola HB :

$HB = \dots\dots : 2 = \dots\dots \text{ cm}$

Applica il teorema di Pitagora con la sottrazione:

$CH = \sqrt{CB^2 - HB^2} = \sqrt{\dots\dots^2 - \dots\dots^2} = \sqrt{\dots\dots - \dots\dots} = \sqrt{\dots\dots} = \dots\dots \text{ cm}$

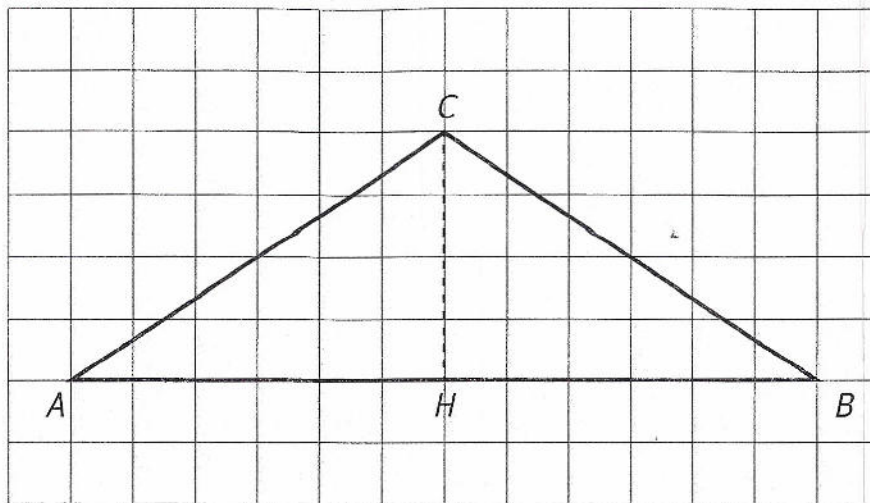
Calcola l'area:

FORMULA AREA: $\frac{\dots\dots \times \dots\dots}{2}$

CALCOLO: $\frac{\dots\dots \times \dots\dots}{2} = \dots\dots \text{ cm}^2$

» segue

5 Osserva la figura disegnata e i dati. Trova quanto richiesto.



DATI

$$AB = 60 \text{ cm}$$

$$CH = \frac{4}{15} AB$$

RICHIESTE

$$CB = AC = ?$$

$$p = ?$$

$$CH = \dots \times \frac{4}{15} = \dots \text{ cm}$$

$$HB = 60 : \dots = \dots \text{ cm}$$

Applica il teorema di Pitagora con l'addizione:

$$CB = \sqrt{CH^2 + HB^2} = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = \sqrt{\dots + \dots} =$$

$$= \sqrt{\dots} = \dots \text{ cm}$$

$$p = \dots + \dots + \dots = \dots \text{ cm}$$

6 La base di un triangolo isoscele è lunga 24 cm e ciascun lato obliquo è $\frac{5}{6}$ della base. Trova la misura dei lati e dell'altezza del triangolo. Calcola l'area del triangolo.

7 Disegna due triangoli isosceli, il primo con la base lunga 24 cm e il lato obliquo lungo 20 cm, il secondo triangolo con la base lunga 30 cm e il lato obliquo lungo 17 cm. Quale dei due triangoli ha l'altezza maggiore? E l'area?

segue

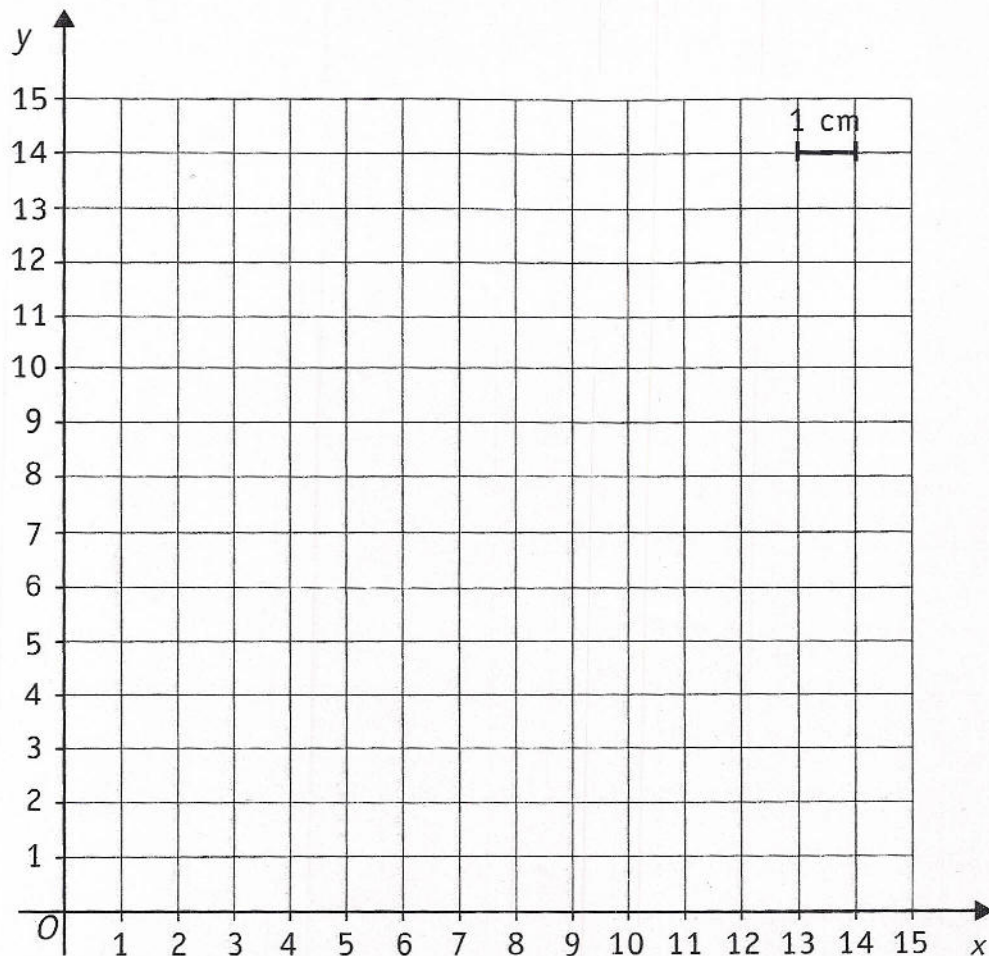
313
311

8 Nel piano cartesiano trova e unisci i punti:

$A (1; 1), \quad B (11; 1), \quad C (6; 13)$

Che tipo di triangolo si è formato?

Scrivi le coordinate del piede dell'altezza CH relativa alla base AB . Calcola la misura dell'area e del perimetro del triangolo.



Completa:

$H (\dots; \dots)$ $AB = \dots$ cm $CH = \dots$ cm (conta i quadretti)

$HB = AB : \dots = \dots = \dots$ cm

Applica il teorema di Pitagora con l'.....:

$BC = \sqrt{CH^2 + HB^2} = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = \sqrt{\dots + \dots} = \sqrt{\dots} = \dots$ cm

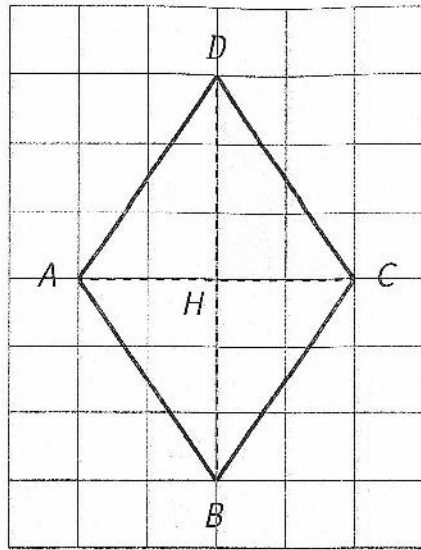
$p = \dots = \dots$ cm

$A = \dots = \dots$ cm²



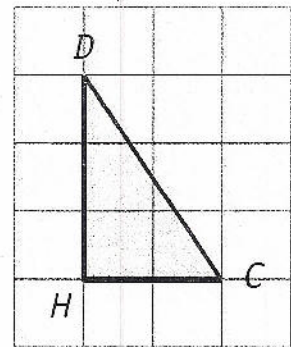


IL TEOREMA DI PITAGORA NEL ROMBO



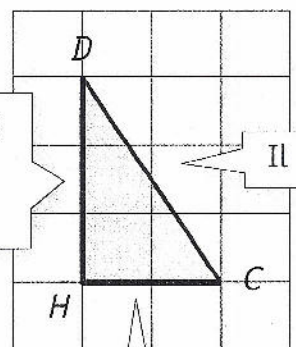
Piega un rombo a metà lungo la diagonale maggiore e poi lungo la diagonale minore.

Otteni un triangolo rettangolo sul quale puoi applicare il teorema di Pitagora.



Metà diagonale maggiore è un cateto.

Il lato del rombo è l'ipotenusa.



Metà diagonale minore è l'altro cateto.

In simboli:

$$DC = \sqrt{DH^2 + HC^2}$$

$$DH = \sqrt{DC^2 - HC^2}$$

$$HC = \sqrt{DC^2 - DH^2}$$

Per cercare l'ipotenusa DC.

Per cercare il cateto maggiore DH.

Per cercare il cateto minore HC.

» segue

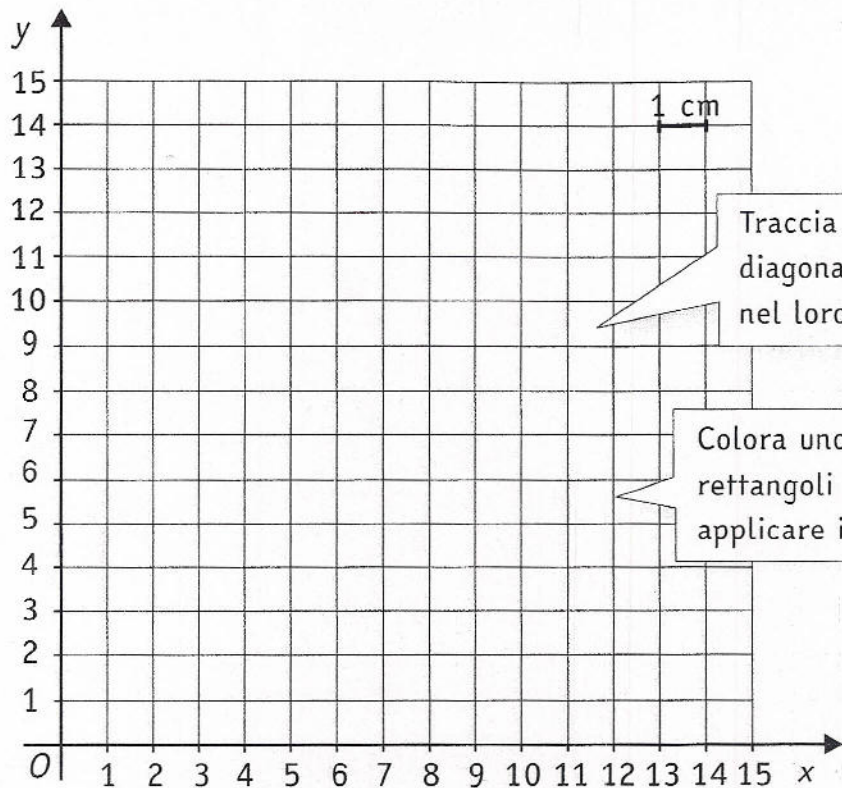


Esercizi

9 Nel piano cartesiano, scelta come unità di misura il centimetro, trova i punti:

$A(2; 6), \quad B(5; 2), \quad C(8; 6), \quad D(\dots; \dots)$

Individua il punto D in modo che il quadrilatero $ABCD$ sia un rombo.



Traccia con il righello le diagonali del rombo. Scrivi H nel loro punto di incontro.

Colora uno dei triangoli rettangoli sul quale puoi applicare il teorema di Pitagora.

Completa contando i quadretti:

$AC = \dots \text{ cm} \quad BD = \dots \text{ cm}$

Trova area e perimetro di $ABCD$. Calcola l'area:

FORMULA: \dots CALCOLO: $\dots = \dots \text{ cm}^2$

Dividi le diagonali a metà.

$\dots : 2 = \dots \text{ cm} \quad \dots : 2 = \dots \text{ cm}$

Applica il teorema di Pitagora con l'addizione per trovare la misura del lato.

$\dots = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} =$
 $= \sqrt{\dots + \dots} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ cm}$

I lati del rombo sono tutti uguali. Quindi...

$p = \dots \times 4 = \dots \text{ cm}$

➤ segue

10 Osserva la figura e i dati e calcola quanto richiesto.

DATI

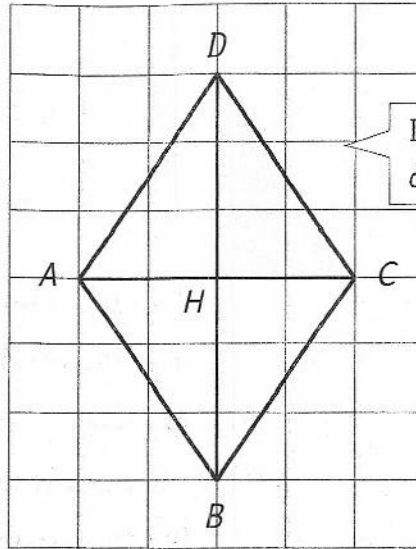
$$P_{ABCD} = 60 \text{ cm}$$

$$DB = 24 \text{ cm}$$

RICHIESTE

$$AC = ?$$

$$A = ?$$



Devi applicare il teorema di Pitagora su DHC .

(Scrivi sulla figura le misure che ritieni più opportune e anche quelle che troverai nel corso della procedura risolutiva).

$$DC = p : \dots = \dots : \dots = \dots \text{ cm}$$

Calcola la misura del lato del rombo.

$$DH = DB : \dots = \dots : \dots = \dots \text{ cm}$$

Calcola la misura di metà diagonale maggiore.

$$HC = \sqrt{DC^2 - DH^2} = \sqrt{\dots^2 - \dots^2} = \sqrt{\dots - \dots} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ cm}$$

Calcola la misura di HC con il teorema di Pitagora con la

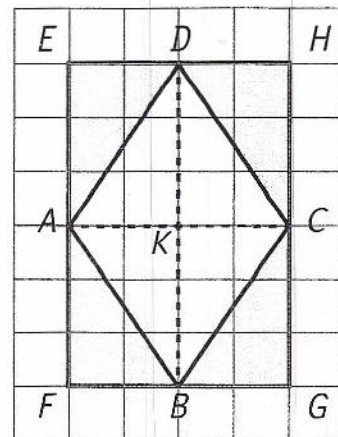
$$AC = \dots \times 2 = \dots \text{ cm}$$

Calcola l'area:

FORMULA:

CALCOLO: = cm^2

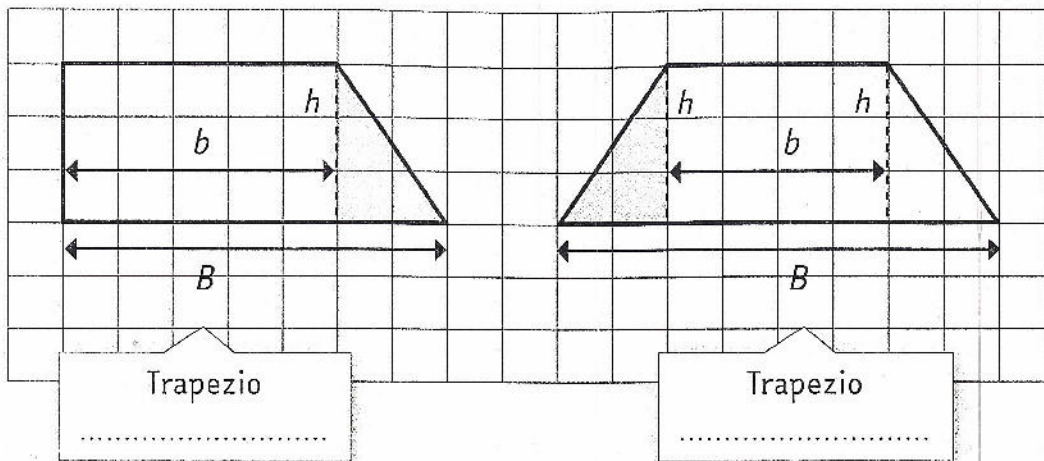
11 Il perimetro del rettangolo $EFGH$ è 164 cm e la base misura 40 cm. Calcola perimetro e area del rombo $ABCD$.



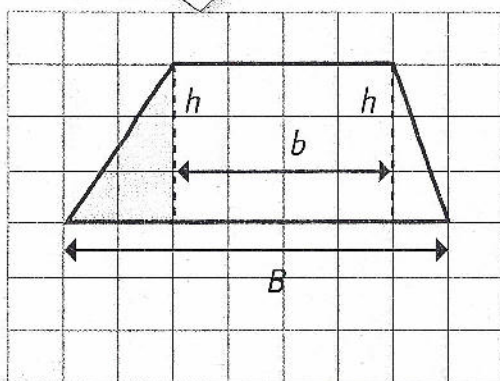


IL TEOREMA DI PITAGORA NEL TRAPEZIO

Completa:

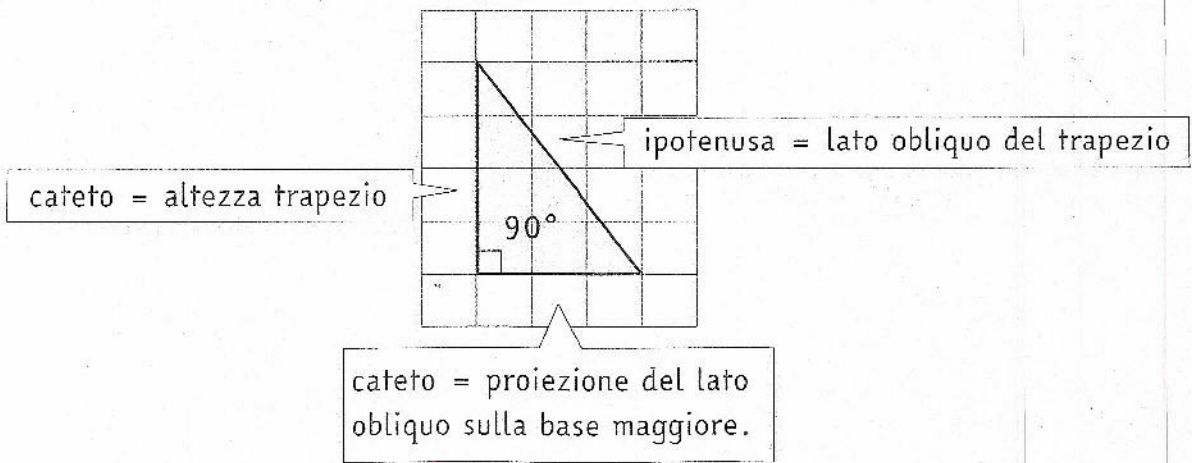


Trapezio
.....



In questi trapezi sono stati colorati alcuni triangoli rettangoli che si possono individuare tracciando le altezze. **Colora gli altri triangoli rettangoli che vedi.**

In ogni triangolo che hai colorato puoi osservare...



➤ segue



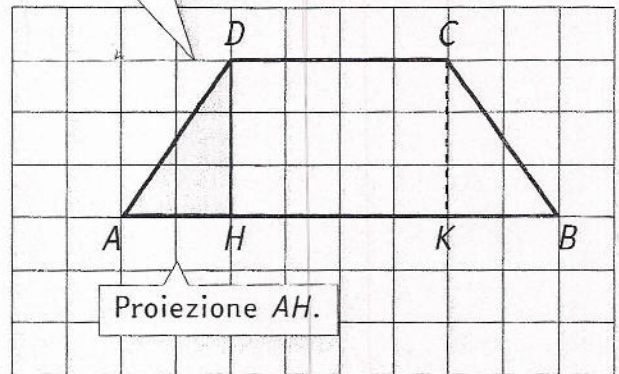
Esercizi

12 Osserva la figura e i dati e calcola quanto richiesto.

DATI	RICHIESTE
$AB = 54 \text{ cm}$	$AD = CB = ?$
$DC = 30 \text{ cm}$	$p = ?$
$DH = 16 \text{ cm}$	

(Scrivi sulla figura le misure che ritieni più opportune e anche quelle che troverai nel corso della procedura risolutiva).

Devi applicare il teorema di Pitagora su AHD per trovare la misura di AD .



Calcola la proiezione AH :

Sottrai dalla misura della base maggiore la misura della base minore.

$$AB - DC = 54 - 30 = 24 \text{ cm (proiezioni } AH + KB)$$

Nel trapezio isoscele le proiezioni sono uguali. Quindi...

$$AH = 24 : 2 = \dots\dots\dots \text{ cm}$$

Calcola il lato obliquo AD con il teorema di Pitagora con l'.....

$$AD = \sqrt{DH^2 + AH^2} = \sqrt{\dots\dots^2 + \dots\dots^2} =$$

$$= \sqrt{\dots\dots + \dots\dots} = \sqrt{\dots\dots} = \dots\dots \text{ cm}$$

Ora calcola il perimetro:

$$p = \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots = \dots\dots \text{ cm}$$



13 Calcola l'area di un trapezio isoscele che ha la base maggiore di 20 dm, la base minore di 12 dm e il lato obliquo di 5 dm.

Completa la formula dell'area del trapezio:

$$A = \frac{(B + b) \times \dots\dots}{2}$$

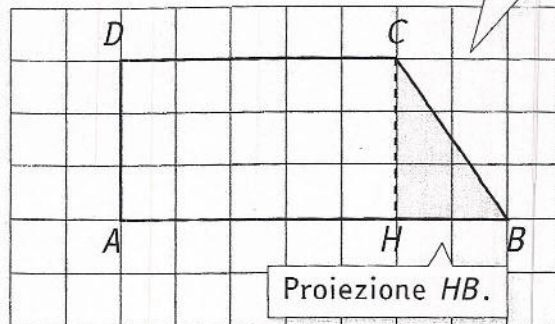
Che cosa manca per poter applicare questa regola?

Continua tu...

14 Osserva la figura e i dati e calcola quanto richiesto.

Applica il teorema di Pitagora sul triangolo rettangolo CHB .

DATI	RICHIESTE
$CB = 17$ cm	$CH = DA = ?$
$AB = 33$ cm	$p = ?$
$DC = 25$ cm	$A = ?$



(Scrivi sulla figura le misure che ritieni più opportune e anche quelle che troverai nel corso della procedura risolutiva).

Calcola la misura della proiezione HB .

Sottrai dalla misura della base maggiore la misura della base minore.

$$HB = AB - DC = \dots - \dots = \dots \text{ cm}$$

Calcola la misura dell'altezza CH con il teorema di Pitagora con la

$$CH = \sqrt{BC^2 - HB^2} = \sqrt{\dots^2 - \dots^2} = \dots$$

$$= \sqrt{\dots - \dots} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ cm}$$

Questa è anche la misura del lato DA .

Puoi calcolare il perimetro?

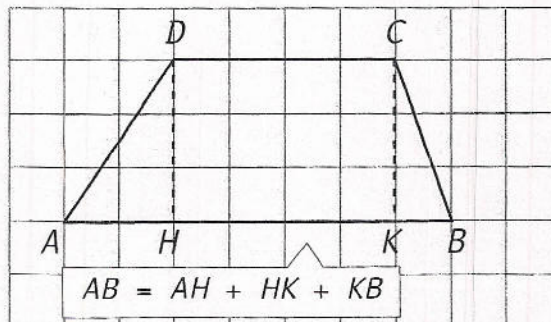
$$p = \dots + \dots + \dots + \dots = \dots \text{ cm}$$

Puoi calcolare l'area?

FORMULA: \dots CALCOLO: $\dots = \dots \text{ cm}^2$

15 Osserva la figura e i dati e calcola quanto richiesto.

DATI	RICHIESTE
$DC = 20$ cm	$AB = ?$
$AD = 15$ cm	$p = ?$
$DH = CK = 12$ cm	$A = ?$
$CB = 13$ cm	



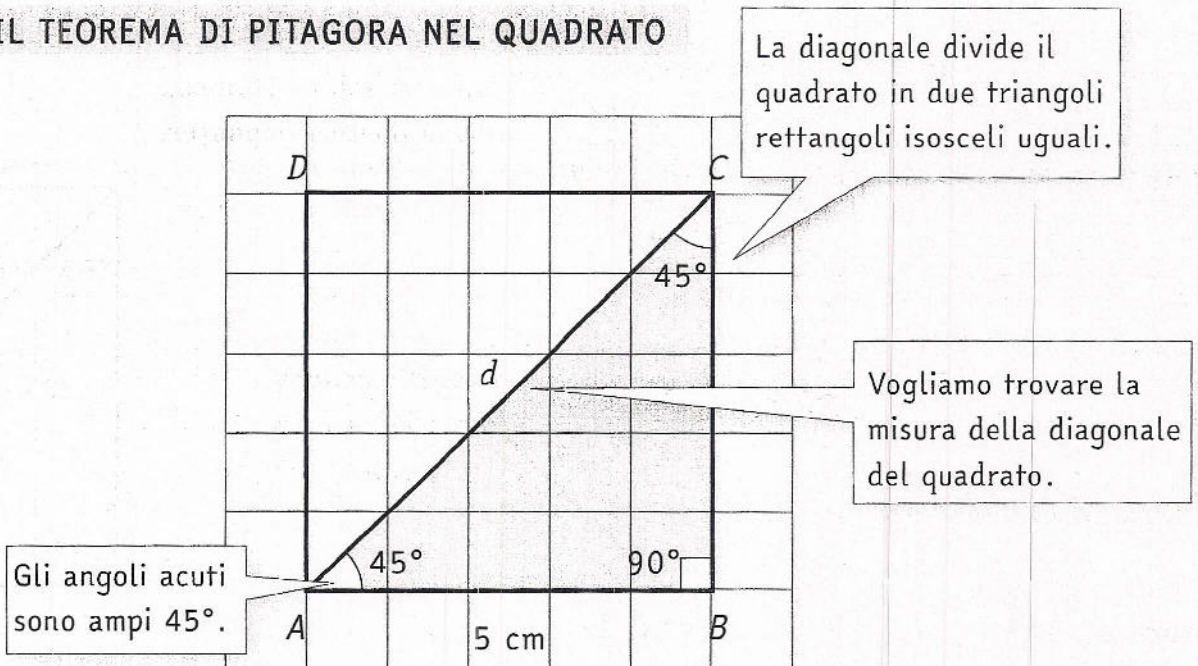
Quante volte devi applicare il teorema di Pitagora?

15 TEOREMA DI PITAGORA SU ALTRE FIGURE (2)

■ Parole chiave: *diagonale, altezza, triangolo rettangolo isoscele, angoli acuti di 45°, angoli acuti di 30° e 60°*



IL TEOREMA DI PITAGORA NEL QUADRATO



Applichiamo il teorema di Pitagora con l'addizione.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5 \times \sqrt{2} = 7,07 \text{ cm}$$

Possiamo scrivere la somma di due numeri uguali come prodotto del numero stesso per 2.

$$\sqrt{2} \cong 1,414 \text{ (numero irrazionale)}$$

La regola alla pagina seguente può esserci di aiuto per calcolare la **diagonale del quadrato** oppure l'**ipotenusa del triangolo rettangolo isoscele** (che ha i cateti uguali) che si ottiene **piegando un quadrato lungo la sua diagonale**.

➤ segue



Per calcolare la misura della diagonale di un quadrato moltiplichiamo la misura del lato per $\sqrt{2} \cong 1,414$.

Un triangolo rettangolo isoscele ha i cateti uguali e l'ipotenusa è data dalla misura del cateto per $\sqrt{2} \cong 1,414$.



Esercizi

1 Il perimetro di un quadrato misura 36 cm. Calcola la misura dell'area e della diagonale del quadrato.

Completa:

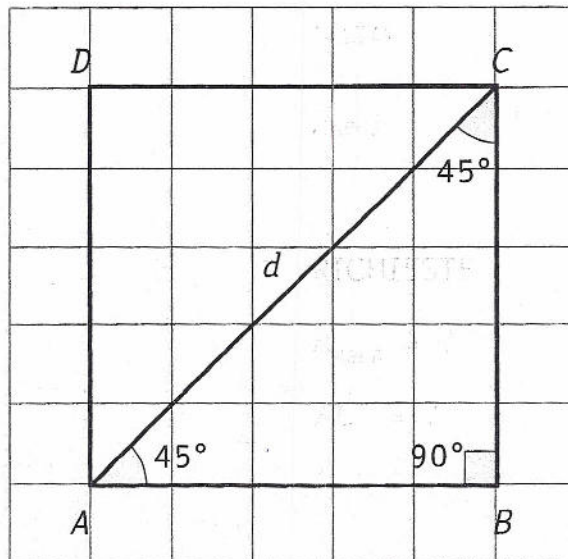
DATO

$p_{ABCD} = \dots\dots\dots$ cm

RICHIESTE

$A_{ABCD} = ?$

$AC = ?$



Per rispondere alle domande devi calcolare il lato AB del quadrato a partire dal perimetro.

$AB = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm

Calcola l'area.
Ricordi la formula?

$A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm²

Calcola la misura della diagonale del quadrato.

$AC = \text{lato} \times \sqrt{2} = \dots\dots\dots \times 1,414 = \dots\dots\dots$ cm

» segue

2 L'area di un quadrato misura 121 cm^2 . Calcola la misura del perimetro e della diagonale. Completa:

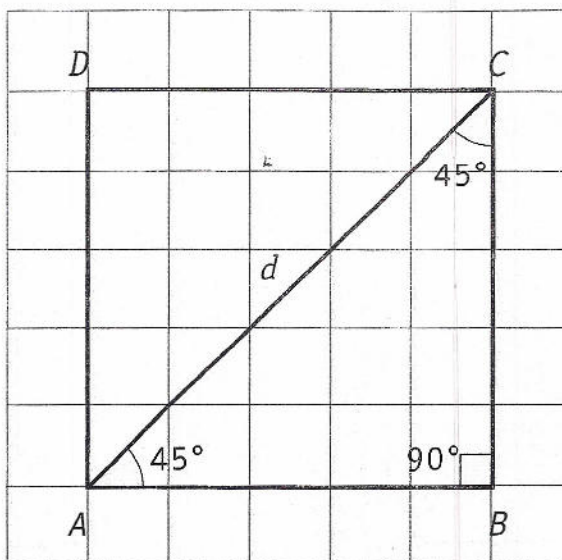
DATO

$A_{ABCD} = \dots\dots \text{ cm}^2$

RICHIESTE

$\dots\dots_{ABCD} = ?$

$\dots\dots = ?$



Per rispondere alle domande devi calcolare il lato AB del quadrato a partire dall'area. Ricordi la formula?

$AB = \dots\dots = \dots\dots = \dots\dots \text{ cm}$

Calcola il perimetro.

$p = \dots\dots = \dots\dots = \dots\dots \text{ cm}$

Calcola la misura della diagonale del quadrato.

$AC = \text{lato} \times \sqrt{2} = \dots\dots \times 1,414 = \dots\dots \text{ cm}$

3 Osserva la figura e completa i dati. Quanto misurano i lati del triangolo? Quanto misura l'area? Quanto misura il perimetro?

(Scrivi sulla figura le misure che ritieni più opportune e anche quelle che troverai nel corso della procedura risolutiva).

Completa:

DATO

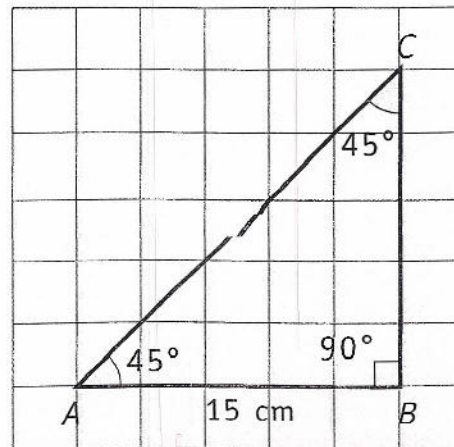
$\dots\dots = 15 \text{ cm}$

RICHIESTE

$\dots\dots = ?$

$\dots\dots = ?$

$\dots\dots = ?$



» segue

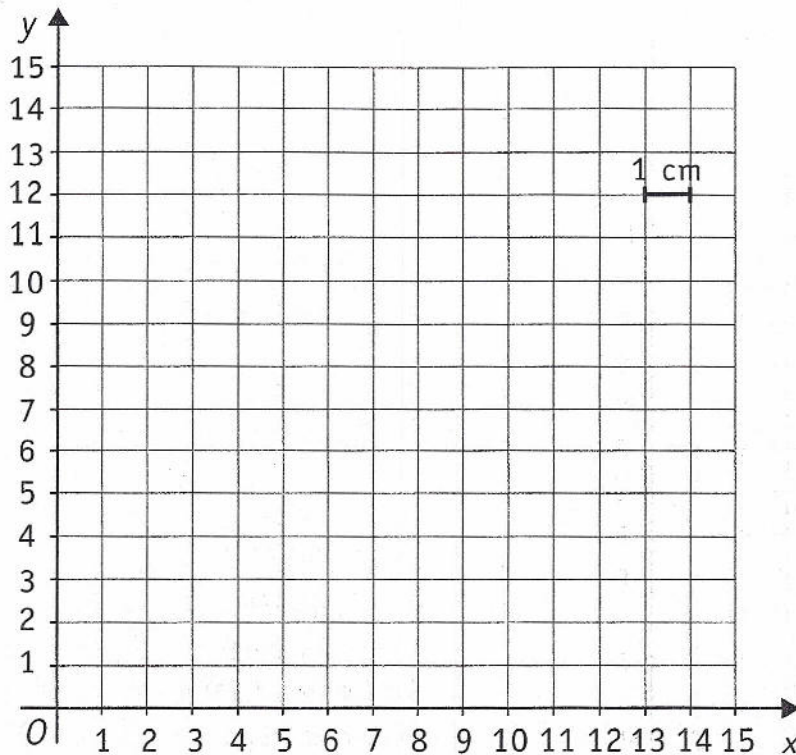
Quanto misura il cateto CB ?

$AC =$

$A_{ABC} =$

$P_{ABC} =$

- 4 Individua nel piano cartesiano qui sotto i punti $A (1; 1)$ e $C (1; 11)$. Trova un terzo punto B in modo che il triangolo ABC sia un triangolo rettangolo isoscele. Calcola perimetro e area del triangolo.



Completa:

B (.....;))

$AC =$ cm

$AB =$ cm

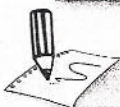
$BC =$ $\times \sqrt{2} =$ = cm

$p =$ cm

$A =$ cm^2

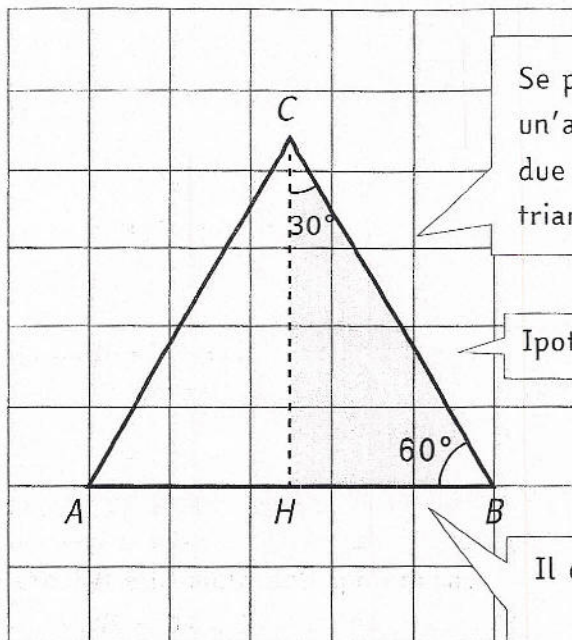


» segue



IL TEOREMA DI PITAGORA NEL TRIANGOLO EQUILATERO

Considera questo triangolo equilatero con il lato che misura 12 cm.



Se pieghi il triangolo equilatero lungo un'altezza in modo da far coincidere due lati dividi il triangolo in due triangoli rettangoli particolari.

Ipotenusa $CB = 12$ cm

Il cateto HB è la metà dell'ipotenusa:
 $HB = 12 : 2 = 6$ cm

CH è un cateto, quindi applica il teorema di Pitagora con la sottrazione.

$$CH = \sqrt{CB^2 - HB^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{\dots - \dots} =$$

$$= \sqrt{\dots} = \dots \text{ cm}$$

Questo numero non è un quadrato perfetto.

Cerca il risultato con la calcolatrice e approssima a due cifre decimali.

Ottieni un risultato simile facendo:

$$CH = HB \times \sqrt{3} = 6 \times 1,732 = \dots \text{ cm}$$

$\sqrt{3} \approx 1,732$
(numero irrazionale)

E molto diverso dal risultato precedente?



Per calcolare la misura dell'altezza di un triangolo equilatero moltiplichiamo la metà del lato per $\sqrt{3} \approx 1,732$.

Dall'osservazione fatta sul triangolo equilatero deriva anche la regola seguente che applichiamo al triangolo rettangolo che corrisponde esattamente alla metà di quello equilatero:



Un triangolo rettangolo con gli angoli acuti ampi 30° e 60° ha l'ipotenusa che è il doppio del cateto minore (quello opposto all'angolo di 30°). L'altro cateto lo si trova facendo il prodotto del cateto minore per $\sqrt{3} \approx 1,732$.



Esercizi

5 Calcola l'area di un triangolo equilatero che ha il perimetro di 30 cm.

DATO RICHIESTA

$p = \dots\dots\dots$ cm $A = ?$

Scrivi la formula dell'area del triangolo:

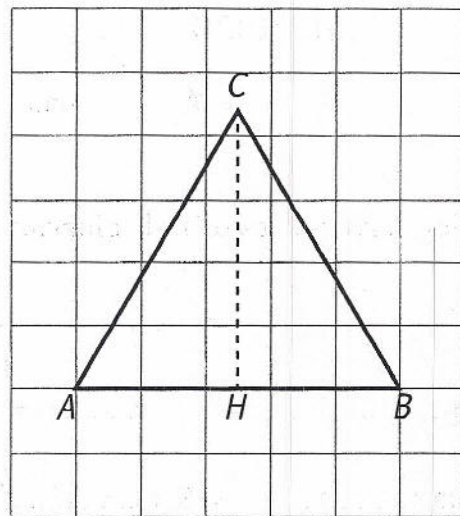
$A = \dots\dots\dots$

Base $AB = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm

$HB = \dots\dots\dots : 2 = \dots\dots\dots$ cm

Altezza $CH = \dots\dots\dots \times \sqrt{3} = \dots\dots\dots \times 1,732 = \dots\dots\dots$ cm

$A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm²



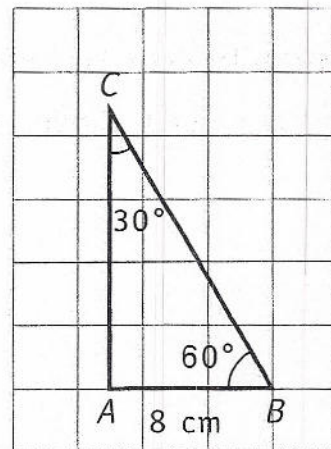
6 Calcola il perimetro del triangolo rettangolo rappresentato in figura. Osserva la figura e completa:

$AB = \dots\dots\dots$ cm

$BC = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm

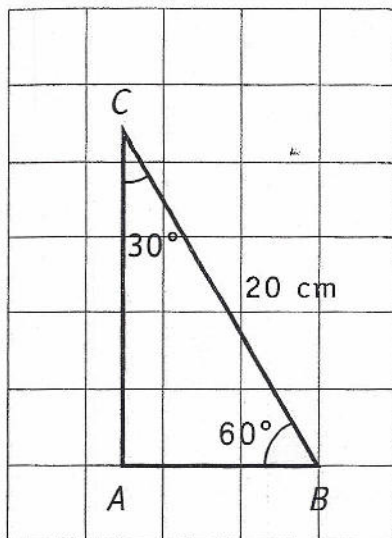
$AC = \dots\dots\dots \times \sqrt{3} = \dots\dots\dots$ cm

$p_{ABC} = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm



» segue

- 7 Calcola l'area del triangolo rettangolo rappresentato in figura. Osserva la figura e completa:



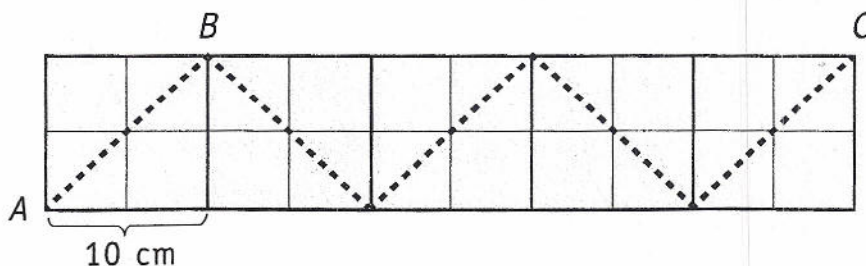
$CB = \dots\dots\dots$ cm

$AB = \dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm

$AC = \dots\dots\dots \times \sqrt{3} = \dots\dots\dots$ cm

$A_{ABC} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm²

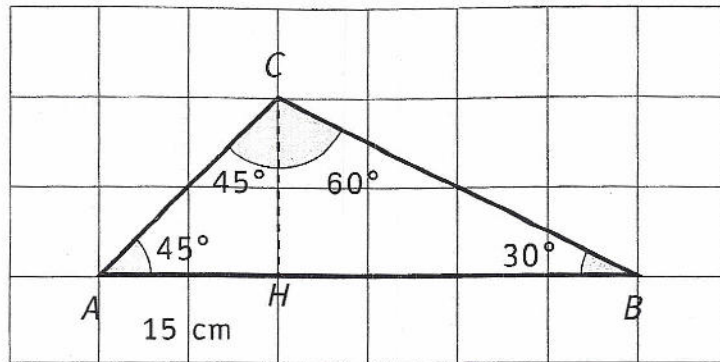
- 8 Questa è una parte di un pavimento fatto di mattonelle quadrate. Una formica si muove da A a C lungo la linea tratteggiata. Quanto misura il percorso totale compiuto dalla formica?



$AB = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm

$AC = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ cm

9 Calcola il perimetro del triangolo rappresentato in figura. Osserva la figura e completa:



$AH = 15 \text{ cm}$

$CH = \dots\dots\dots \text{ cm}$

$CB = \dots\dots\dots \times 2 = \dots\dots\dots \text{ cm}$

$HB = \dots\dots\dots \times \sqrt{3} = \dots\dots\dots \text{ cm}$

$AB = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cm}$

$AC = \dots\dots\dots \times \sqrt{2} = \dots\dots\dots \text{ cm}$

$P_{ABC} = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cm}$

10

Il rombo disegnato a fianco ha gli angoli acuti ampi 60° .

La diagonale minore divide il rombo in due triangoli

Se AC è di 12 cm, quanto misura il perimetro del rombo?

