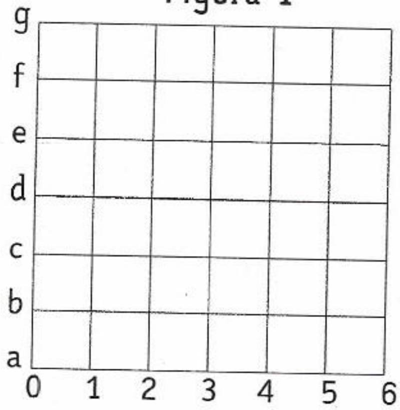
Nome .... Cognome .... Classe .....

17 LA SIMILITUDINE

Parole chiave: *forma, figure simili, rapporto, poligono regolare, lati corrispondenti, angoli corrispondenti, rapporto di similitudine, rapporto tra le aree*

FIGURE CON LA STESSA FORMA

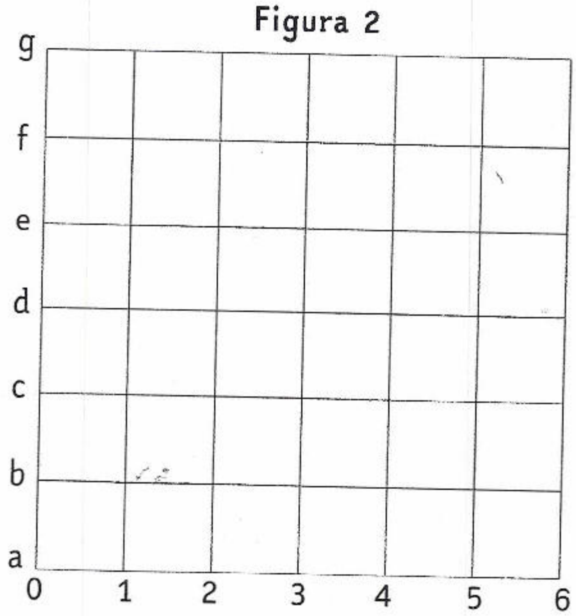
Figura 1



Nei due riquadri trova e unisci i punti:
A (1; d), *B* (3; f), *C* (5; b), *D* (1; b)

Che cosa hanno in comune i quadrilateri *ABCD* nei due spazi quadrettati?

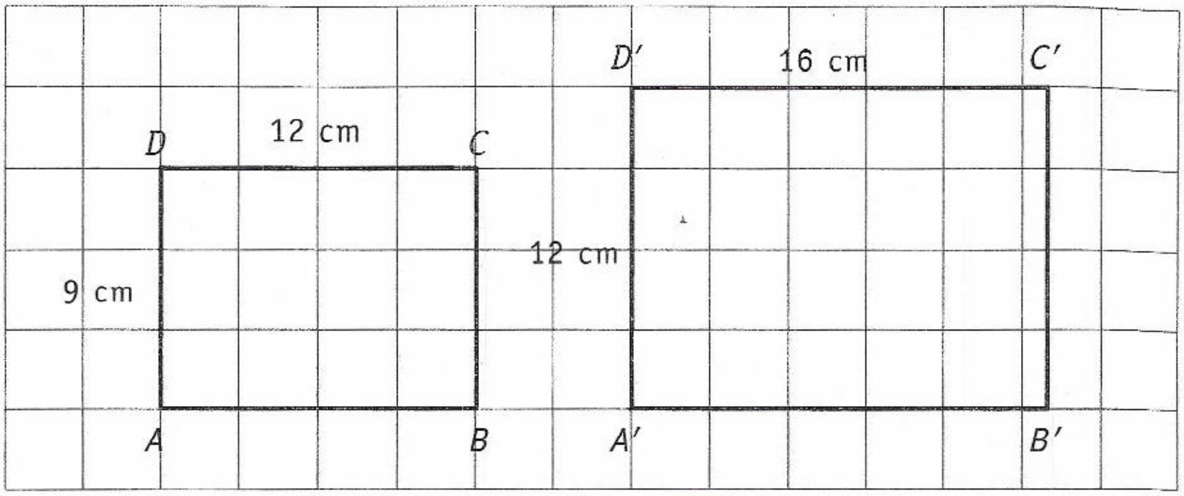
Figura 2



segue

esercizi

1 Considera i seguenti rettangoli simili. Calcola il rapporto di similitudine (k).



Completa:

Riduci le frazioni ai minimi termini.

$$k = \frac{\text{lato figura data}}{\text{lato figura simile}} = \frac{AD}{A'D'} = \frac{9}{12} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$k = \frac{DC}{D'C'} = \frac{12}{16} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

I due rapporti sono uguali? ....
Hai trovato il rapporto di similitudine.

Calcola i perimetri:

p_{ABCD} = (........ + ...) × 2 = ... = ... cm

$p_{A'B'C'D'}$ = (........ + ...) × 2 = ... = ... cm

Completa:

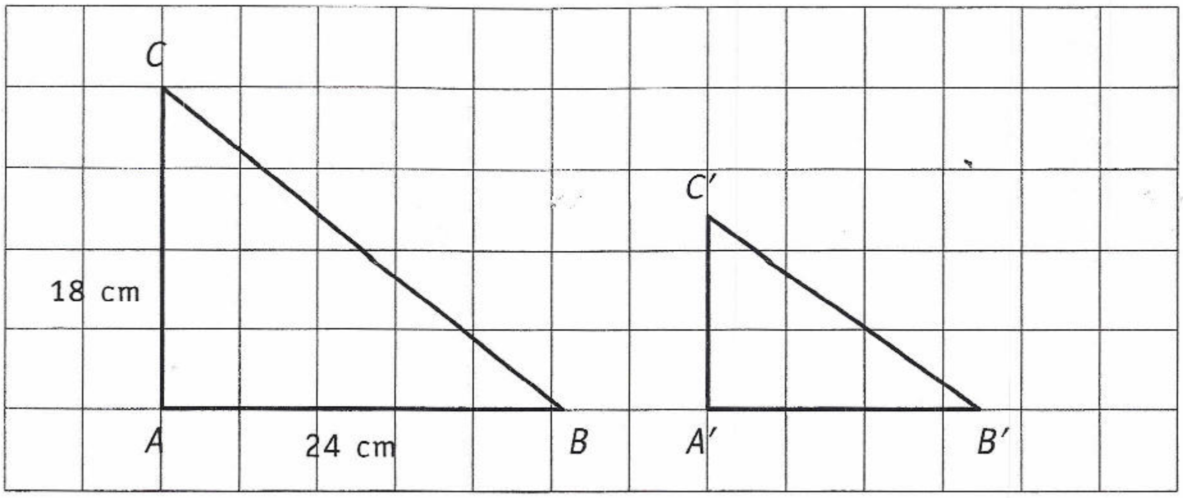
$$\frac{p_{ABCD}}{p_{A'B'C'D'}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

Il rapporto di similitudine è uguale anche per i perimetri.

Riduci la frazione ai minimi termini.

segue

2 Osserva i due triangoli rettangoli simili il cui rapporto di similitudine $k = \frac{3}{2}$.



Calcola l'ipotenusa BC:

$BC = \sqrt{\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$ cm

Puoi trovare la misura dei lati di $A'B'C'$ utilizzando k in una proporzione.

$AB : A'B' = 3 : 2$ $\qquad$ $24 : x = 3 : 2$

È il lato $A'B'$

$x = \frac{\ldots\ldots \cdot \ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$ cm

Calcola anche la misura degli altri lati:

Completa le proporzioni.

- $AC : A'C' = 3 : 2$ $\qquad$ $\ldots\ldots : x = \ldots\ldots : \ldots\ldots$

$x = \frac{\ldots\ldots \cdot \ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$ cm

- $BC : B'C' = 3 : 2$ $\qquad$ $\ldots\ldots : x = \ldots\ldots : \ldots\ldots$

$x = \frac{\ldots\ldots \cdot \ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$ cm

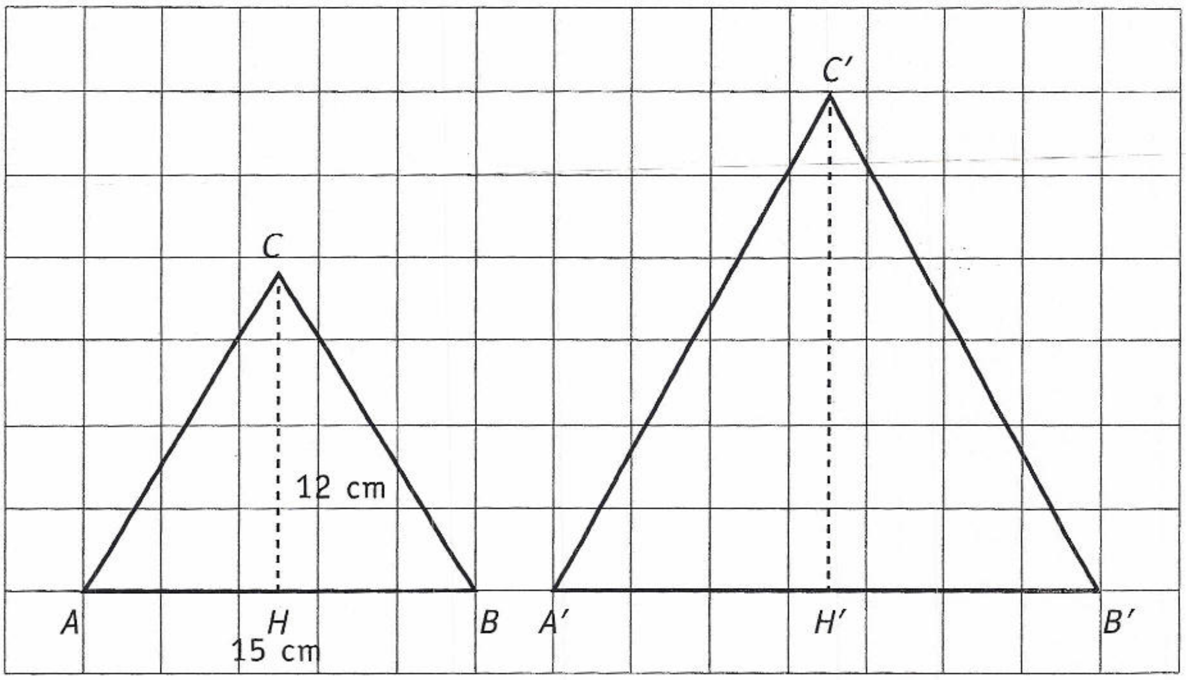
segue

Il rapporto di similitudine è **costante** anche:

- tra i **perimetri** di figure simili;
- tra le **altezze** corrispondenti;
- tra le **diagonali** corrispondenti;

esercizi

3 In un triangolo isoscele la base misura 15 cm e l'altezza misura 12 cm. Calcola la misura della base e dell'altezza di un triangolo simile con $k = \frac{3}{5}$. Trova l'area dei due triangoli e scrivi il rapporto tra le due aree.



Calcola la base $A'B'$ usando k nella proporzione.

$AB : A'B' = 3 : 5$

.... = ... = ... cm

Calcola l'altezza $C'H'$ usando k nella proporzione.

$CH : C'H' =$ .... : ....

.... = ... = ... cm

segue

Calcola l'area del triangolo ABC.

A_{ABC} = ... = ... cm²

Calcola l'area del triangolo $A'B'C'$.

$A_{A'B'C'}$ = ... = ... cm²

Riduci ai minimi termini.

Completa il rapporto: $\dfrac{A_{ABC}}{A_{A'B'C'}} = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Il rapporto tra le aree è uguale a k^2.

RAPPORTO TRA LE AREE DI FIGURE SIMILI

Dimostriamo l'ultima regola enunciata facendo delle osservazioni su questo disegno. $ABCD$ e $A'B'C'D'$ sono sicuramente simili perché sono poligoni regolari. Assumi 1 quadretto = 1 cm.

Conta i quadretti che coprono la superficie delle due figure.

Conta i segmentini che formano i lati di ciascuna figura.

Completa la tabella accanto.

Lato AB (cm)	....
Lato $A'B'$ (cm)	....
Rapporto similitudine (k)	$\frac{2}{3}$
Area $ABCD$ (cm²)	4
Area $A'B'C'D'$ (cm²)	9
Rapporto tra le aree	$\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

$\dfrac{\text{Area figura data}}{\text{Area figura simile}} = k^2$

segue

Il **rapporto tra le aree** di due figure simili è uguale a k^2.

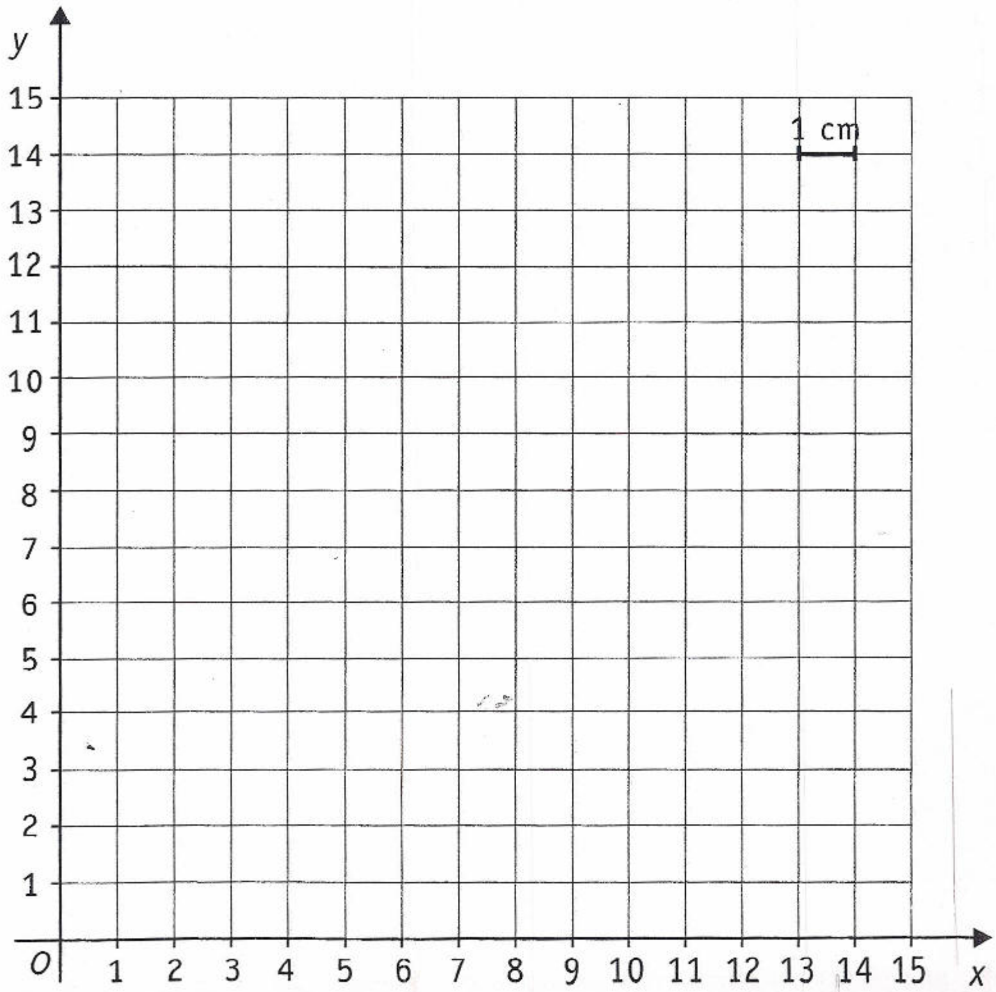
Se conosci il rapporto tra le aree puoi calcolare **il rapporto di similitudine** estraendo **la radice quadrata del rapporto delle aree**.

In simboli: $$k = \sqrt{\frac{\text{area figura data}}{\text{area figura simile}}}$$

esercizi

4 Nel piano cartesiano qui sotto trova i punti seguenti, assunta come unità di misura il centimetro:

- $A\,(1;\,1)$, $B\,(5;\,1)$, $C\,(5;\,7)$, $D\,(1;\,7)$
- $A'(8;\,1)$, $B'(14;\,1)$, $C'(14;\,10)$, $D'(8;\,10)$



segue

Le due figure sono simili? ....

Completa:

AB = ... cm $A'B'$ = ... cm $\frac{AB}{A'B'}$ = ...

BC = ... cm $B'C'$ = ... cm $\frac{BC}{B'C'}$ = ...

p_{ABCD} = ... cm $p_{A'B'C'D'}$ = ... cm $\frac{p_{ABCD}}{p_{A'B'C'D'}}$ = ...

A_{ABCD} = ... cm^2 $A_{A'B'C'D'}$ = ... cm^2 $\frac{A_{ABCD}}{A_{A'B'C'D'}}$ = ...

5 L'area di un rettangolo *ABCD* misura 18 cm^2. L'area di un rettangolo simile *A'B'C'D'* misura 50 cm^2. Calcola il rapporto tra le aree e il rapporto di similitudine. Se il perimetro del rettangolo *A'B'C'D'* è 30 cm, quanto misura il perimetro del rettangolo *ABCD*?
Disegna i due rettangoli sapendo che un lato è doppio dell'altro: *ABCD* sarà più piccolo di *A'B'C'D'*. Da che cosa puoi dedurlo?

segue

Completa:

DATI

A_{ABC} = ... cm^2

$A_{A'B'C'}$ = ... cm^2

p_{ABC} = ... cm

RICHIESTE

$\frac{A_{ABC}}{A_{A'B'C'}} = ?$

$k = ?$

$p_{A'B'C'} = ?$

Riduci la frazione ai minimi termini.

Calcola il rapporto tra le aree.

$$\frac{A_{ABC}}{A_{A'B'C'}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

Calcola k estraendo la radice quadrata.

$$k = \sqrt{\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

Utilizza k per impostare la proporzione.

$p_{ABC} : p_{A'B'C'}$ = ... : ....

$p_{A'B'C'}$ sarà l'incognita x della proporzione.

Risolvi la proporzione e calcola la misura di $p_{A'B'C'}$:

....

6 Due quadrati hanno i lati di 24 cm e 30 cm.

- Puoi dire che sono simili? ....
- Perché? ....
- Qual è il rapporto di similitudine k? ....
- Qual è il rapporto tra le aree? ....

segue

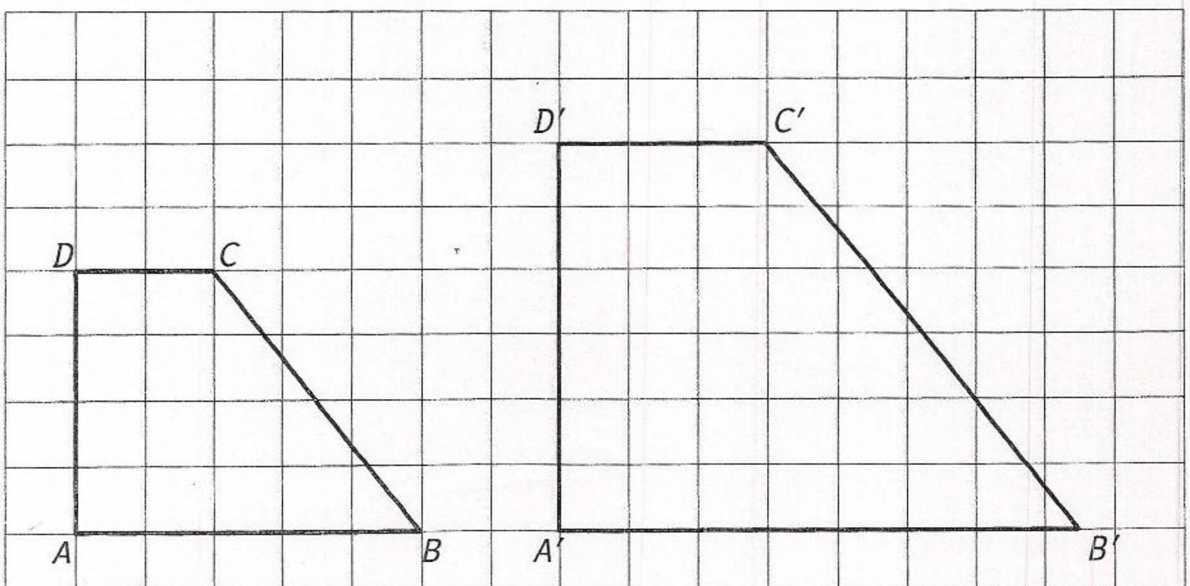
Disegna i quadrati qui sotto assumendo come unità di misura 1 quadretto = 3 cm.

7 I due trapezi disegnati sotto sono simili. Di essi si conoscono le seguenti misure:

AD = 12 cm; AB = 15 cm; DC = 6 cm; $A'D'$ = 18 cm

Calcola:

- la misura del lato BC del primo trapezio;
- la costante di similitudine;
- il perimetro e l'area dei due trapezi.



1) Sicuramente hanno conservato la forma.
2) Ricalca e ritaglia le figure e sovrapponi gli angoli indicati con le stesse lettere (**angoli corrispondenti**). Inizia con l'angolo $\hat{A}$. Ti accorgi che l'angolo $\hat{A}$ ha mantenuto la stessa ampiezza nelle due figure. Verifica la stessa cosa per l'angolo $\hat{B}$, poi per $\hat{C}$ e infine per l'angolo $\hat{D}$.
3) Se poi misuri con il righello i lati di ciascuna figura puoi fare una terza osservazione.

Completa la tabella:

	Figura 1	Figura 2	Rapporto lati
Lato AB (cm)			$\frac{AB_1}{AB_2} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \cong \dots\dots$
Lato BC (cm)			$\frac{BC_1}{BC_2} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \cong \dots\dots$
Lato CD (cm)			$\frac{CD_1}{CD_2} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \cong \dots\dots$
Lato AD (cm)			$\frac{AD_1}{AD_2} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \cong \dots\dots$

Il rapporto tra i **lati corrispondenti** si mantiene uguale. Questo rapporto si chiama **rapporto di similitudine**.

Le figure che hai disegnato nei due quadrettati si chiamano **figure simili**.

Due **figure simili** hanno:

- **la stessa forma;**
- **gli angoli corrispondenti uguali;**
- **il rapporto tra i lati corrispondenti uguale.** Questo rapporto si chiama **rapporto di similitudine** (k) e in genere si indica con una **frazione.**

Tutti i **poligoni regolari** con lo **stesso numero di lati** sono **simili tra loro.**

segue