UNITÀ 9

L'estrazione di radice

Il concetto di radice

Estrarre la radice quadrata (terza, quarta ecc.) di un numero significa determinare quel numero che, elevato alla seconda (alla terza, alla quarta ecc.), dà il numero dato:

$$\underbrace{\sqrt[\overset{\text{indice}}{n}]{\underset{\text{radicando}}{a}}}_{} = \overset{\text{radice } n\text{-esima}}{b} \quad \text{se } b^n = a \quad (n \in N_0)$$

Esempi:

operazione inversa all'elevamento al quadrato

indice 2, radice quadrata, radicando 4: $\sqrt[2]{4} = 2$

$$2 \underset{\sqrt[2]{\ }}{\overset{(\ )^2}{\rightleftarrows}} 4 \qquad 2^2 = 4$$

operazione inversa all'elevamento al cubo

indice 3, radice cubica, radicando 8: $\sqrt[3]{8} = 2$

$$2 \underset{\sqrt[3]{\ }}{\overset{(\ )^3}{\rightleftarrows}} 8 \qquad 2^3 = 8$$

L'operazione di estrazione di radice e i numeri irrazionali assoluti

La radice quadrata di un numero razionale assoluto può avere come risultato:

- un numero **razionale assoluto**;

  Esempio:

  $\sqrt{25} = 5$ perché $5^2 = 25$

- un numero **irrazionale assoluto**, quando non esiste un numero razionale che elevato al quadrato dia il radicando.

  I numeri irrazionali assoluti sono numeri *decimali illimitati non periodici*; non sono razionali, perché non possono essere scritti come frazioni.

  I numeri irrazionali assoluti formano l'insieme I_a.

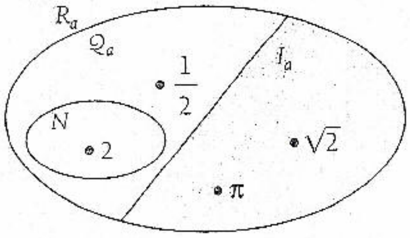
  Esempio: $\sqrt{2} = 1{,}414235...$

  $\sqrt{3} = 1{,}7320508...$

Numeri reali assoluti

Un numero reale assoluto è un qualsiasi numero **razionale** assoluto o **irrazionale** assoluto.

I numeri reali assoluti costituiscono l'insieme R_a.



ARITMETICA II A

Quadrati perfetti

I quadrati perfetti sono i numeri naturali la cui radice quadrata è un numero naturale.

Esempi:

$\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$,

$\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$, ...

Quindi 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... sono quadrati perfetti.

Quadrati perfetti scomposti in fattori

Un numero naturale > 1 è un quadrato perfetto se tutti gli esponenti dei suoi fattori primi sono numeri pari.

Esempio: $144 = 2^4 \times 3^2$ è un quadrato perfetto, infatti $\sqrt{144} = 12$.

Per estrarre la radice quadrata di un quadrato perfetto scomposto in fattori primi bisogna dividere gli esponenti per 2.

Esempio: $\sqrt{144} = 2^{4:2} \times 3^{2:2} = 2^2 \times 3 = 12$

Cubi perfetti

I cubi perfetti sono i numeri naturali la cui radice cubica è un numero naturale.

Esempi:

$\sqrt[3]{1} = 1$, $\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{27} = 3$, $\sqrt[3]{64} = 4$,

$\sqrt[3]{125} = 5$, ...

Quindi 1, 8, 27, 64, 125, ... sono cubi perfetti.

Cubi perfetti scomposti in fattori

Un numero naturale > 1 è un cubo perfetto se gli esponenti relativi ai fattori primi sono multipli di 3.

Esempio: $1728 = 2^6 \times 3^3$ è un cubo perfetto, infatti $\sqrt{1728} = 12$.

Per estrarre la radice cubica di un cubo perfetto scomposto in fattori primi bisogna dividere gli esponenti per 3.

Esempio: $\sqrt[3]{1728} = 2^{6:3} \times 3^{3:3} = 2^2 \times 3 = 12$

Proprietà delle radici

- La **radice quadrata di un prodotto** è uguale al prodotto delle radici quadrate dei singoli fattori: $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

  Esempio: $\underbrace{\sqrt{36 \times 25}}_{\text{radice del prodotto}} = \underbrace{\sqrt{36} \times \sqrt{25}}_{\text{prodotto delle radici}}$

- La **radice quadrata di un quoziente** è uguale al quoziente delle radici quadrate del dividendo e del divisore: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$ (o viceversa) oppure $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

  Esempio: $\underbrace{\sqrt{32 : 2}}_{\text{radice del quoziente}} = \underbrace{\sqrt{32} : \sqrt{2}}_{\text{quoziente delle radici}}$

- La **radice quadrata di una potenza** con esponente pari è uguale a una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la metà dell'esponente del radicando: $\sqrt{a^{2n}} = a^n$.

  Esempio: $\sqrt{4^6} = 4^3 = 64$

II A